Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Харківська національна академія міського господарства

Методичні вказівки

до самостійного вивчення курсу

НАДІЙНІСТЬ І ДІАГНОСТИКА ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ ОСВІТЛЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

і виконання практичних і поточних контрольних завдань

(для студентів 5 курсу денної та заочної форм навчання спеціальності «Світлотехніка і джерела світла»)

Харків – ХНАМГ – 2011

Методичні вказівки до самостійного вивчення курсу «Надійність і діагностика електрообладнання освітлювальних систем» і виконання практичних і поточних контрольних завдань (для студентів 5 курсу денної та заочної форм навчання спеціальності «Світлотехніка і джерела світла») / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: В. С. Чернець. – Х.: ХНАМГ, 2011. – 69 с.

Укладач: к. т. н., ст. викл. В. С. Чернець

Рецензент: д. т. н., проф. Л. А. Назаренко

Рекомендовано кафедрою світлотехніки і джерел світла,

протокол № 4 від 28.12.2009 р.

Зміст

МОДУЛЬ 1. НАДІЙНІСТЬ І ДІАГНОСТИКА ЕЛЕКТРООБЛАНАННЯ ОСВІТЛЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

Змістовий модуль (ЗМ) 1.1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ ОСВІТЛЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1

КІЛЬКІСНІ ПОКАЗНИКИ БЕЗВІДМОВНОСТІ: ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ. ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Мета роботи: - вивчення основ теорії ймовірності;
- визначення кількісних показників безвідмовності при визначенні надійності досліджуваних систем і об'єктів.

Показники надійності представляються у двох формах (визначеннях): статистична (вибіркові оцінки) та імовірнісна. *Статистичні визначення (вибіркові оцінки)* показників виходять за результатами випробувань на надійність. Допустимо, що в ході випробувань якогось числа однотипних об'єктів отримано кінцеве число параметру, що нас цікавить, – наробітку до відмови. Отримані числа являють собою вибірку якогось обсягу із загальної «генеральної сукупності», що має необмежений обсяг даних про наробіток до відмови об'єкта. Кількісні показники, справедливі для «генеральної сукупності», є *правдивими (імовірнісними) показниками,* оскільки об'єктивно характеризують випадкову величину – наробіток до відмови. Показники, які справедливі для вибірки, і дозволяють зробити якийсь висновок про випадкову величину, є *вибірковими (статистичними) оцінками*. Очевидно, що при досить великій кількості випробувань (великій вибірці) оцінки наближаються до імовірнісних показників. Імовірнісна форма подання показників зручна при аналітичних розрахунках, а статистична – при експериментальному дослідженні надійності.

Приймемо наступну схему випробувань для оцінки надійності.

Нехай на випробування поставлено N однакових серійних об'єктів. Умови випробувань ідентичні, а випробування кожного з об'єктів проводяться до його відмови.

Уведемо наступні позначення:

$T = \{0, t_1, \dots t_N\} = \{t\}$ – випадкова величина наробітку об'єкта до відмови;

$n(t)$– число об'єктів, працездатних до моменту наробітку t;

$N\text{-}n(t)$ – число об'єктів, що відмовили до моменту наробітку t;

$\Delta n(t, t + \Delta t)$ – число об'єктів, що відмовили в інтервалі наробітку $[t, t + \Delta t]$;

Δt – тривалість інтервалу наробітку.

1.1 Імовірність безвідмовної роботи

Статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи (емпірична функція надійності) визначається відношенням числа $n(t)$ об'єктів, що безвідмовно проробили до моменту наробітку t, до числа об'єктів, справних до початку випробувань $(t = 0)$ – до загального числа об'єктів N:

$$P(t) = \frac{N(t)}{N} \quad (1.1)$$

де $P(t)$ - статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи виробу. Оцінку *ймовірності безвідмовної роботи* можна розглядати як показник кількості працездатних об'єктів до моменту наробітку t.

Оскільки $N(t) = N - n(t)$, те *ймовірність безвідмовної роботи* з (1.1)

$$P(t) = 1 - \frac{N - n(t)}{N} = 1 - q(t) \tag{1.2}$$

Де $q(t) = \dfrac{N - n(t)}{N}$ – статистична оцінка *ймовірності відмови*; N-$n(t)$- число виробів, що відмовили до моменту часу t.

У статистичному визначенні оцінка ймовірності відмови представляє емпіричну функцію розподілу відмов. Тому що події, що полягають у настанні або не настанні відмови до моменту наробітку t, є протилежними, то

$$P(t) + q(t) = 1 \tag{1.3}$$

Неважко переконатися, що ймовірність безвідмовної роботи є убутною, а ймовірність відмови – зростаючою функцією наробітку. Дійсно

- у момент початку випробувань $t = 0$ число працездатних об'єктів дорівнює загальному їхньому числу $n(t) = n(0) = N$, а число що відмовили - $N - n(t) = N - n(0) = 0$, тому $P(t) = P(0) = 1,\ q(t) = q(0) = 0$

- при наробітку t всі об'єкти, поставлені на випробування, відмовлять, тобто $n(t) = 0$, а $N - n(t) = N$, тому $P(t)P(\infty) = 0$, а $q(t) = q(\infty) = 1$

Графіки ймовірності безвідмовної роботи й імовірності відмови наведені на рис. 1.1.

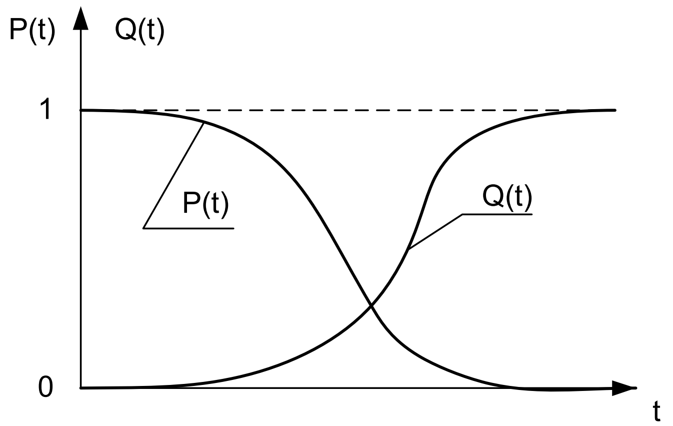

Рис. 1.1. Графічне подання імовірності безвідмовної роботи $P(t)$ *й імовірності відмови* $q(t)$

1.2. Щільність розподілу відмов

Статистична оцінка щільності розподілу відмов визначається відношенням числа об'єктів $\Delta n(t,\ t + \Delta t)$, що відмовили в інтервалі наробітку $[t,\ t + \Delta t]$ до добутку загального числа об'єктів N та тривалість інтервалу наробітку Δt.

$$f(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} \tag{1.4}$$

де $\Delta n(t)$ - число виробів, що відмовили, на ділянці часу $(t,\ t + \Delta t)$; $f(t)$ - статистична оцінка частоти відмов виробу; Δt - інтервал часу.

Оцінка *щільності розподілу відмов* представляє «частоту» відмов, тобто число відмов за одиницю наробітку, віднесене до первісного числа об'єктів.

Щільність розподілу відмов або частота розподілу відмов по суті є щільністю розподілу (щільністю ймовірності) випадкової величини *T* наробітку об'єкта до відмови.

Один з можливих видів графіка $f(t)$ наведений на рис. 1.2.

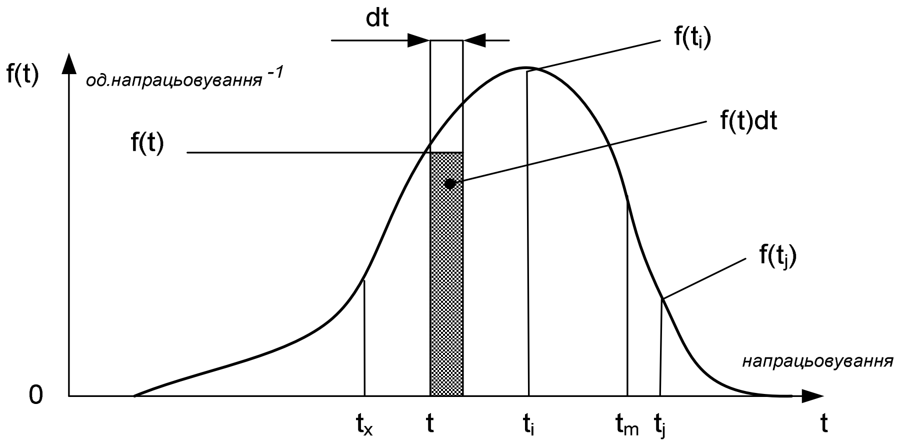

Рис. 1.2. Графічне подання щільності розподілу відмов f(t)

Як видно з рис. 1.2, щільність розподілу відмов f(t) характеризує частоту відмов (або наведену *ймовірність відмов*), з якої розподіляються конкретні значення наробітків всіх *N* об'єктів (t_1 , … , t_N), складову випадкову величину наробітку *T* до відмови об'єкта даного типу.

1.3. Інтенсивність відмов

Статистична оцінка інтенсивності відмов визначається відношенням числа об'єктів $\Delta n(t,\ t + \Delta t)$, що відмовили в інтервалі наробітку $[t,\ t + \Delta t]$ до добутку числа $N(t)$ працездатних об'єктів у момент t на тривалість інтервалу наробітку Δt.

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} \qquad (1.5)$$

де $n(t)$- число виробів, що не відмовили до моменту часу t; $\Delta n(t)$ - число виробів, що відмовили, на ділянці часу $(t,\ t + \Delta t)$; $\lambda(t)$- статистична оцінка інтенсивності відмов виробу.

Порівнюючи (1.4) і (1.5) можна відзначити, що інтенсивність відмов трохи повніше характеризує надійність об'єкту ніж частота на момент наробітку *t*, тому що показує частоту відмов, віднесену до фактично працездатного числа об'єктів на момент наробітку *t*.

Графічний вигляд зміни інтенсивності відмов наведено на рис. 1.3.

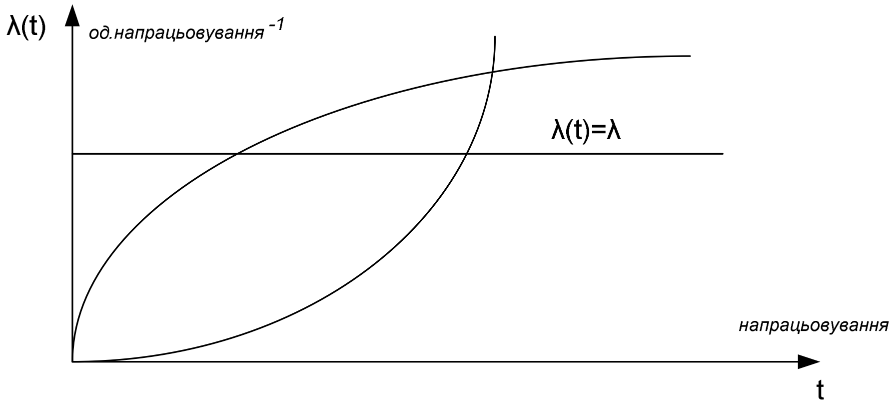

Рис. 1.3. Графічне подання інтенсивності відмов λ(t)

Середній час безвідмовної роботи виробу за статистичним даними оцінюється виразенням

$$m_t = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i \tag{1.6}$$

де t - час безвідмовної роботи і-го виробу; N- загальне число виробів, поставлених на випробування; m_t - статистична оцінка середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Для визначення m_t по формулі (1.6) необхідно знати моменти виходу з ладу всіх N виробів. Можна визначати m_t* з рівняння

$$m_t^* \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i t_{cp.i} \tag{1.7}$$

де n, - кількість виробів, що вийшли з ладу, в і-том інтервалі часу; $t_{cp.i} = (t_{i+1} + t_i)/2$; $n = t_k / \Delta t$; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$; t_{i-1} - час початку і -го інтервалу; t_i - час кінця і -го інтервалу; t_k - час, протягом якого вийшли з ладу всі вироби; Δt - інтервал часу.

Дисперсія часу безвідмовної роботи виробу за статистичним даними визначається формулою

$$D_t^* = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} \left(t_i - m_t^*\right)^2 \tag{1.8}$$

де D_t^* - статистична оцінка дисперсії часу безвідмовної роботи виробу.

<u>РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ</u>

Завдання 1.1. На випробування поставлено 1000 однотипних люмінесцентних ламп, за 5000год. відмовило 90 ламп. Потрібно визначити P(t), q(t) при t = 5000 годин.

<u>Рішення.</u> У цьому випадку N= 1000; n(t)=1000-90=910; N-n(t)=1000-910=90. По формулах (1.1) і (1.2) визначаємо

$$P(t) = \frac{n(t)}{N} = \frac{910}{1000} = 0{,}91$$

$$q(t) = 1 - \frac{N - n(t)}{N} = \frac{90}{1000} = 0{,}09 \quad \text{або} \quad q(t) = 1 - P(t) = 1 - 0{,}91 = 0{,}09$$

Таким чином, імовірність безвідмовної роботи досліджуваних зразків протягом 5000 год. складає 91%, а вірогідність відмови – 9%.

Завдання 1.2. На випробування поставлені 1000 однотипних люмінесцентних ламп. За перші 5000год. відмовило 90 ламп. За наступний інтервал часу 5000÷12000год. відмовило ще 70 ламп. Потрібно визначити статистичну оцінку частоти й інтенсивності відмов джерел світла у проміжку часу 5000 ÷ 12000 год.

<u>Рішення.</u> У цьому випадку N=1000; t=5000 годин; Δt =7000 годин; $\Delta n(t)$=70; n(t)=910. По формулах (1.3) і (1.4) знаходимо

$$f(t) = f(5000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{70}{1000 \cdot 7000} = 10^{-5} \quad [1/\text{год.}]$$

$$\lambda(t) = \lambda(5000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{70}{7000 \cdot 910} = 1{,}099 \cdot 10^{-5} \quad [1/\text{год.}]$$

Завдання1.3. На випробування поставлені 5 однотипних світлових приладу прожекторного типу. Отримано наступні значення t_i (t_i - час безвідмовної роботи і- го виробу) : t_1 =20000 годин; t_2 = 22000 годин; t_3 =14000 годин; t_4 =19000 година; t_5 =25000 годин.

Визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи досліджуваного класу прожекторів.

<u>Рішення.</u> По формулі (1.6) визначимо

$$m_t = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i = \frac{1}{5}\left(20000 + 22000 + 14000 + 19000 + 25000\right) = 20\text{тис.годин}$$

Завдання 1.4. За спостережуваний період експлуатації у системі керування вуличним освітленням було зафіксовані 7 відмов. Час відновлення після кожного виключення системи складав:

t_1 =12хв.; t_2=8хв.; t_3 =5хв.; t_4=9хв.; t_5=3хв.; t_6=8хв.; t_7=10хв.. Потрібно визначити середній час відновлення системи $m_{t\,в.}$

<u>Рішення</u>. $m_{t_в} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i = \frac{1}{7}\left(12 + 8 + 5 + 9 + 3 + 8 + 10\right) \approx 7{,}8\text{хв}$

Завдання 1.5. У результаті спостереження за 25 зразками люмінесцентних світильників установлений час відмови кожного зразка (дані наведені в таблиці). Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи випробуваної люмінесцентної лампи й кількісні характеристики надійності її роботи за проміжок часу 5000-9000год.

Δt, ч	n, число виробів	Δt, ч	n, число виробів
0-1000	1	9000-15000	5
1000-4000	2	15000-16000	4
4000-5000	4	16000-18000	3
5000-9000	2	18000-20000	4

Рішення. У цьому випадку при невідомому однозначному моменті виключення кожного елементу використовуємо формулу (1.7), для чого визначимо $t_{cp.i}$

Δt, ч	$t_{cp.i}$	Δt, ч	$t_{cp.i}$
0-1000	500	9000-15000	12000
1000-4000	2500	15000-16000	15500
4000-5000	4500	16000-18000	17000
5000-9000	7000	18000-20000	19000

Тоді

$$m_t^* \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i t_{cp.i} = (1*500 + 2*2500 + 4*4500 + 2*7000 + 5*12000 +$$

$$+ 4*15500 + 3*17000 + 4*19000)/25 = 11{,}46 \text{тис.годин}$$

Для проміжку часу 5000÷9000год. N=25; t=5000 годин; Δt =4000 годин; Δn(t)=2; n(t)=25-1-2-4-2=16. Тоді

$$P(t) = \frac{n(t)}{N} = \frac{16}{25} = 0{,}64$$

$$q(t) = 1 - \frac{N - n(t)}{N} = \frac{25-16}{25} = 0{,}36$$ або $$q(t) = 1 - P(t) = 1 - 0{,}64 = 0{,}36$$

$$f(t) = f(5000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{2}{25 \cdot 4000} = 2 \cdot 10^{-5}$$ [1/год.]

$$\lambda(t) = \lambda(5000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{2}{4000 \cdot 16} = 3{,}125 \cdot 10^{-5}$$ [1/год.]

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 1. На випробування поставлено N виробів. За час Δt_1 ч вийшло з ладу Δn_1 виробів, за інтервал $[t_1;t_2]$ вийшло з ладу ще Δn_2 виробів, за наступні Δt_3 відмовило Δn_3 виробів. Потрібно визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробів і основні кількісні характеристики надійності виробів за час $[t';t'']$. Дані зведені в таблицю на стор. 7-9.

Завдання 2. У результаті спостереження за 50 зразками люмінесцентних світильників, що пройшли попереднє прироблення, отримані дані до першої відмови всіх 50 зразків.

Потрібно знайти m^*_t для всього відрізка часу й $P(t), q(t), \lambda(t), f(t)$ на відрізку часу $[t';t'']$. Дані зведені в таблицю на стор. 7-9.

Δt_i, год	n_i	*Δt_i, год*	n_i	*Δt_i, год*	n_i
0-3000	3	14000-21000	8	25000-28000	7
3000-9000	5	21000-23000	10	28000-32000	10
9000-14000	0	23000-25000	7		

Завдання 3. За *Δt_1* годин роботи партії МГЛ, що складається з N одиниць, статистичні дані дозволили визначити ймовірність безвідмовної роботи 74%. Після наступного етапу випробувань *(Δt_2)* було визначено, що у робочому стані залишилося N-n(t) джерел випромінювання. У момент часу *t_3* не було ні одного працюючого зразка. Знайти m^*_t для всього відрізка часу та основні кількісні характеристики надійності елементів для моментів часу: *t_1, t_2, t_3*.

Завдання 4. За спостережуваний період експлуатації в освітлювальній установці зареєстровано 5 відмов. Час відновлення склав: t_1, t_2, t_3, t_4, t_5. Необхідно визначити середній час відновлення освітлювальної установки $m^{(*)}_t$.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 2
АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ВИРОБУ

Мета роботи: вивчення методик статистичного аналізу у теорії надійності.

Для рішення завдань по оцінці надійності й прогнозуванню працездатності об'єкта необхідно мати математичну модель, що представлена аналітичними вираженнями одного з показників *P(t)* або *f(t)* або *λ(t)*. Основний шлях для одержання моделі складається в проведенні випробувань, обчисленні статистичних оцінок і їхньої апроксимації аналітичними функціями.

Випишемо формули, по яких визначаються кількісні характеристики надійності виробу

$$P(t) = \exp(-\int_0^1 \lambda(t)dt) = 1 - \int_0^1 f(t)dt;$$

$$q(t) = 1 - P(t);$$

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dp(t)}{dt};$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)};$$

$$m_t = \int_0^\infty P(t)dt,$$

де *P(t)* - імовірність безвідмовної роботи виробу на інтервалі часу від 0 до t; *q(t)* - імовірність відмови виробу на інтервалі часу від 0 до t; $f(t)$ - частота відмов виробу або щільність імовірності часу безвідмовної роботи виробу Т; *λ(t)*- інтенсивність відмов виробу; m_t - середній час безвідмовної роботи виробу.

1. Експонентний розподіл

Експонентний розподіл описує наробіток до відмови об'єктів, у яких у результаті здавальних випробувань (вихідного контролю) відсутній період прироблення, а призначений ресурс установлений до закінчення періоду нормальної експлуатації.

Ці об'єкти можна віднести до «не старіючих», оскільки вони працюють тільки на ділянці з $\lambda(t) = \lambda = const$. Коло таких об'єктів широке: складні технічні системи з безліччю компонентів, засоби обчислювальної техніки та системи автоматичного регулювання і т. і. Експонентний розподіл широко застосовується для оцінки надійності енергетичних об'єктів.

Уважається, що випадкова величина наробітку об'єкта до відмови підвладна експонентному розподілу, якщо щільність розподілу відмов описується виразом:

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t); \qquad (2.1)$$

де λ – параметр розподілу, що за результатами випробувань приймається рівним

$\lambda = 1/\hat{T}_0$, а $\hat{T}_0$ – оцінка середнього наробітку до відмови.

Інші показники безвідмовності при відомої *f(t),* визначаються:

- *імовірність безвідмовної роботи:*	$P(t) = \exp(-\lambda t)$	(2.2)
- *імовірність відмови:*	$q(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$	(2.3)
- *інтенсивність відмов:*	$\lambda(t) = \frac{\lambda \exp(-\lambda t)}{\exp(-\lambda t)} = \lambda$	(2.4)

З (2.4) витікає, що *інтенсивність відмов* є постійною величиною, що не залежить від часу, і обернено пропорційній оцінці середнього наробітку

$$\lambda(t) = \lambda = 1/\hat{T}_0$$

Числові характеристики наробітку до відмови визначаються за формулами (2.5)-(2.6):

- *середній наробіток до відмови*

$$m_t = \int_0^{\infty} P(t)dt = 1/\lambda \qquad (2.5)$$

- *дисперсія наробітку до відмови*

$$D = D\{t\} = \int_0^{\infty} (t - m_t)^2 f(t)dt = 1/\lambda^2 \qquad (2.6)$$

Графіки зміни показників безвідмовності при експонентному розподілі наведені на рис. 2.1.

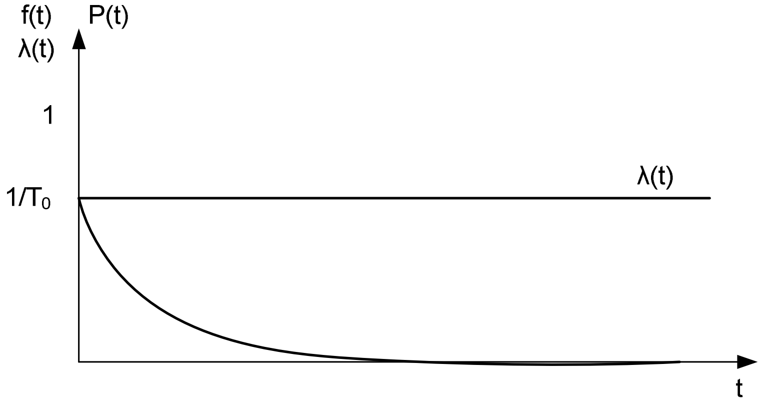

Рис. 2.1. Графічне подання зміни показників безвідмовності при експонентному розподілі

Слід зазначити, що при $\lambda t << 1$, тобто при наробітку t багато меншої, чим середній наробіток T_0, вирази (2.1) – (2.4) можна спростити, замінивши $e^{-\lambda t}$ двома першими членами розкладання $e^{-\lambda t}$ в статичний ряд.

Наприклад, вираз для *ймовірності безвідмовної роботи* прийме вигляд:

$$P(t) = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^2}{3!} + ... \approx 1 - \lambda t,$$

при цьому погрішність обчислення $P(t)$ не перевищує 0,5 $(\lambda t)^2$.

Всі розглянуті далі закони розподілу наробітку до відмови використаються на практиці для опису надійності «старіючих» об'єктів, підданих відмовам на зношення.

2. Нормальний закон розподілу наробітку до відмови

Нормальний розподіл або розподіл Гауса є найбільш універсальним, зручним і широко застосовуваним.

Уважається, що наробіток підлеглий нормальному розподілу (нормальне розподілення), якщо щільність розподілу відмов описується як:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \exp\left\{ -\frac{(t - m_t)}{2\sigma_t^{\ 2}} \right\}, \qquad (2.7)$$

де a і b – параметри розподілу, які за результатами випробувань приймаються:

$$a \approx \widehat{T}_0;\ b^2 = \widehat{D}$$

де $\widehat{T}_0$; $\widehat{D}$ - оцінки середнього наробітку й дисперсії.

Графіки зміни показників безвідмовності при нормальному розподілі наведені на рис. 2.2.

З'ясуємо зміст параметрів T_0 і *S* нормального розподілу. Із графіку *f(t)* видно, що T_0 є центром симетрії розподілу, оскільки при зміні знаку різниці (t - T_0) вираз (2.7) не змінюється. При t = T_0 щільність розподілу відмов досягає свого максимуму

$$f(t)_{\max}\Big|_{t=T_0} = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}}$$

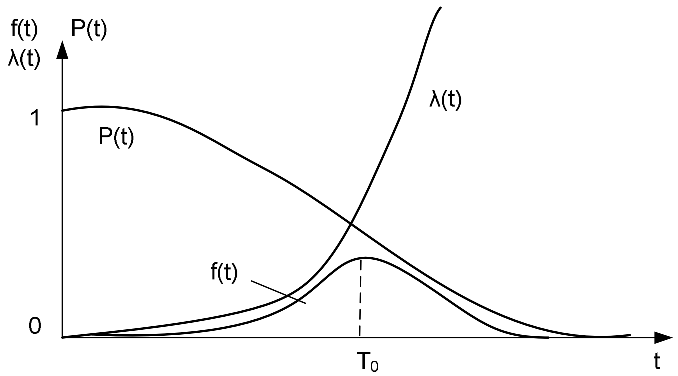

Рис. 2.2. Графічне подання зміни показників безвідмовності при нормальному розподілі

Параметр *S* характеризує форму кривої *f(t)*, тобто розсіювання випадкової величини *T*. Крива щільності розподілу відмов *f(t)* тим вище й гостріше, чим менше *S*.

Зміну графіків *P(t)* і *λ(t)* при різних варіантах наробітків (*S1* < *S2* < *S3*) і $T_0 = const$ наведено на рис. 2.3.

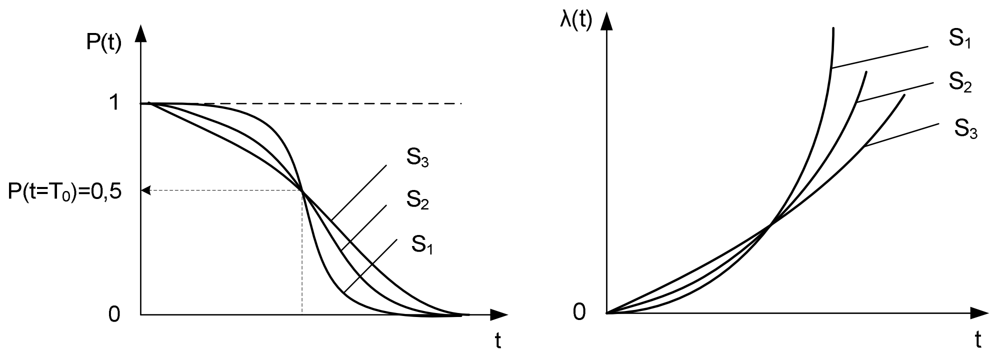

Рис. 2.3. Зміна графіків P(t) і λ(t) при різних варіантах наробітків (S1 < S2 < S3) і $T_0 = const$

Формули для нормального закону розподілу часу безвідмовної роботи виробу приймуть вигляд:

$$P(t) = 0{,}5 - \Phi(U); \qquad U = \frac{t - m_t}{\sigma_t}; \tag{2.8}$$

$$q(t) = 0{,}5 + \Phi(U); \qquad \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^U e^{\frac{U^2}{2}} dU; \tag{2.9}$$

$$f(t) = \frac{\Phi(U)}{\sigma_t}; \qquad \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{U^2}{2}}; \tag{2.10}$$

$$\lambda(t)=\frac{\Phi(U)}{\sigma_t}\cdot\frac{1}{0,5-\Phi(U)}, \tag{2.11}$$

де $\Phi(U)$; - функція Лапласа, що володіє властивостями

$$\Phi(0)=0;\ \ \Phi(-U)=-\Phi(U);\ \ \Phi(\infty)=0,5.$$

Значення функції Лапласа наведені в Додатку Б . Значення функції Ф(U) наведені в Додатку Б Тут m_t - середнє значення випадкової величини Т; a_t - дисперсія випадкової величини Т; Т- час безвідмовної роботи виробу.

РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ

Завдання 2.1. Робота елементу до відмови підвладна експонентному закону розподілу з параметром $\lambda=2.5*10^{-5}$ 1/год.

Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності елемента P(t),q(t),f(t),m_t для t=1000годин.

Рішення. Використаємо формули (2.1)-(2.6) для P(t),q(t),f(t),m_t .

1. Обчислимо ймовірність безвідмовної роботи:

$$P(t)=\exp(-\lambda t)=e^{-2,5\cdot10^{-5}\cdot1000}=0,97$$

2. Обчислимо ймовірність відмови q(1000). Маємо

$$q(t)=1-\exp(-\lambda t)=1-P(1000)=0,03$$

3. Обчислимо частоту відмов

$$f(t)=\lambda\exp(-\lambda t);=2,5\cdot10^{-5}e^{-2,5\cdot10^{-5}\cdot1000}=2,425\cdot10^{-5}\ \text{[1/год.]}$$

4. Обчислимо середній час безвідмовної роботи

$$m_t=\int_0^\infty P(t)dt=1/\lambda=\frac{1}{2,5\cdot10^{-5}}=40000\text{год}$$

Завдання 2.2. Робота елементу до відмови підвладна нормальному закону з параметрами m_t =8000 годин, σ_t =2000 годин. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності P(t),f(t),λ(t),m_t для t=10000 годин.

Рішення. Скористаємося формулами (2.8), (2.9), (2.10),(2.11) для P(t), f(t), λ(t), m_t.

1. Обчислимо ймовірність безвідмовної роботи

$$P(t)=0,5-\Phi(U);\quad U=\frac{t-m_t}{\sigma_t}=\frac{10000-8000}{2000}=1$$

$$\Phi(U)=\Phi(1)=0,3413;$$

$$P(t)=0,5-\Phi(U)=0,50-0,3413=0,1587$$

2. Визначимо щільність відмови:

$$f(t)=\frac{1}{\sigma_t\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{(t-m_t)^2}{2\sigma_t^{\ 2}}\right\}$$

Введемо визначення, що

$$\varphi(U)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{U^2}{2}};\varphi(-U)=\varphi(U).$$

Тоді

$$f(t) = \varphi(U)/\sigma_t; U = (t - m_t)/\sigma_t$$

$$f(10000) = \varphi(1)/2000 = 0{,}242/2000 = 12{,}1 \cdot 10^{-5} \text{ [1/год.]}$$

3. Розрахуємо інтенсивність відмов $\lambda(t)$, $\lambda(t)=f(t)/P(t)$;

$\lambda(10000)=f(10000)/P(10000)=12.1*10^{-5}/0.1587=76.4*10^{-5}$ 1/год.

4. Середній час безвідмовної роботи елемента

m_t = 8000 годин.

Завдання 2.3. У результаті аналізу даних про відмови апаратури частота відмов отримана у вигляді

$$f(t) = c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Потрібно визначити кількісні характеристики надійності: $P(t)$, $\lambda(t)$, m_t.

<u>Рішення.</u> 1. Визначимо ймовірність безвідмовної роботи.

На підставі формули (2.1) маємо

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = 1 - \left[\int_0^t c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}dt + \int_0^t c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}dt\right] =$$

$$= 1 - \left[-c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_1 - c_2 e^{-\lambda_2 t} + c_2\right] = 1 - (c_1 + c_2) + c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Обчислимо суму $C_1 + C_2$ Завдяки тому що $\int_0^\infty f(t)dt = 1$

$$\int_0^\infty c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}dt + \int_0^\infty c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t} = c_1 + c_2 = 1$$

Тоді

$$P(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}$$

2. Знайдемо залежність інтенсивності відмов від часу по формулі

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}}$$

3. Визначимо середній час безвідмовної роботи апаратури. На підставі формули (2.5) будемо мати

$$m_t = \int_0^\infty P(t)dt = c_1\int_0^\infty e^{-\lambda_1 t}dt + c_2\int_0^\infty e^{-\lambda_2 t}dt = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2}$$

<u>ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ</u>

Завдання 1. На випробування поставлено N виробів. За час Δt_1 год. вийшла з ладу Δn_1 виробів. За наступний інтервал часу Δt_2 год. робота системи була підлегла експонентному закону, і інтенсивність відмов склала λ 1/год.

Знайти основні кількісні показники надійності для інтервалу часу Δt_1, Δt_2 .

Завдання 2. Імовірність безвідмовної роботи автоматичної лінії виготовлення дроселів протягом Δt_1 підкорялася нормальному закону й становила P(t). Протягом наступних Δt_2 з N виробів відмовило Δn. Потрібно розрахувати основні кількісні характеристики надійності виробів за кожний період часу.

Завдання 3. Робота системи керування освітлювальним устаткуванням підлегла експонентному закону. Спостереження за роботою даної системи протягом Δt_1 год. показала, що частота відмови становить f(t) 1/год. Наступна робота системи протягом Δt_2год дозволила визначити ймовірність відмови P(t) при нормальному розподілі. Визначите основні кількісні характеристики надійності досліджуваної установки для кожного етапу досліджень.

Завдання 4. Імовірність безвідмовної роботи автоматичної лінії виготовлення дроселів протягом Δt_1 підкорялася експонентному закону й становила P(t). Протягом наступних Δt_2 робота системи підкорялась нормальному закону розподілу з параметрами σ_t і m_t. Потрібно розрахувати основні кількісні характеристики надійності виробів за кожний період часу.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ № 3
МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ. СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИПРОБУВАНЬ

Мета роботи:
– вивчення розподілу Вейбулла при визначенні надійності досліджуваних систем і об'єктів;
– вивчення розподілу Релея при визначенні надійності досліджуваних систем і об'єктів.

1. Розподіл Вейбулла

Досвід експлуатації значної кількості електротехнічної апаратури показує, що для них характерні три види залежностей інтенсивності відмов від часу (рис. 3.1), що відповідають трьом періодам життя цих пристроїв.

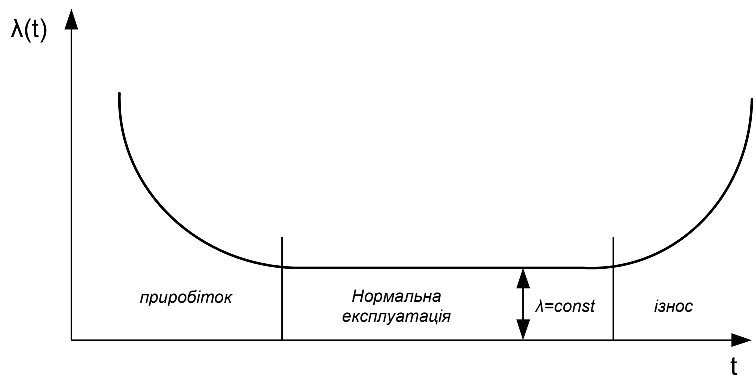

Рис.3.1. Залежність інтенсивності відмов від часу

Зазначені три види залежностей інтенсивності відмов від часу можна одержати, використовуючи для імовірнісного опису випадкового наробітку до відмови двопараметричний розподіл Вейбулла. Відповідно до цього розподілу щільність імовірності моменту відмови визначаються як:

$$f(t) = akt^{k-1} \cdot P(t); \tag{3.1}$$

де *k*- параметр форми (визначається підбором у результаті обробки експериментальних даних, $k > 0$); a - параметр масштабу,

$$a = \frac{1}{\widehat{m}_t}$$

Інтенсивність відмов визначається за виразом

$$\lambda(t) = ak \cdot t^{k-1} \tag{3.2}$$

Імовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = \int_0^t e^{-\lambda(t)dt} = e^{-at^k}, \tag{3.3}$$

а середня наробітка до відмови

$$m(t) = \int_0^\infty P(t)dt = \int_0^\infty e^{-at^k} dt \qquad m(t) = \frac{\frac{1}{k}\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{a^{\frac{1}{k}}} \tag{3.4}$$

де a,k - параметри закону розподілу Вейбулла. Γ(x) - гамма-функція, значення якої наведені в Додатку В.

Відзначимо, що для параметру $k = 1$ розподіл Вейбулла переходить в експонентний розподіл, а для $k = 2$ - у розподіл Релея.

При $k < 1$ інтенсивність відмов монотонно убуває (період приробляння), а при $k > 1$ монотонно зростає (період зношування). Отже, шляхом підбора параметра k можна одержати, на кожній із трьох ділянок, таку теоретичну криву λ(t), що досить близько збігається з експериментальній кривій, і тоді розрахунок необхідних показників надійності можна робити на основі відомої закономірності.

2. Розподіл Релея

Щільність імовірності відмови в законі Релея (рис. 3.2) має такий вигляд

$$f(t) = \frac{t}{\sigma_t^2} e^{\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right)}, \tag{3.5}$$

де σ_t^2. - параметр розподілу Релея (дорівнює моді цього розподілу). Його не варто плутати з середньоквадритичним відхиленням:

$$\sigma_t = \sqrt{D[m_t]}$$

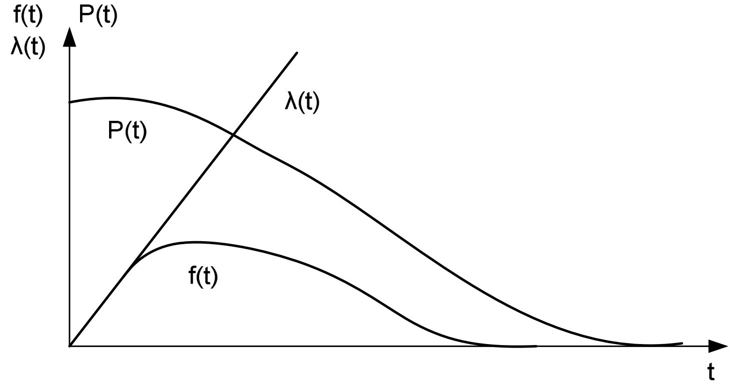

Рис. 3.2. Графічне подання розподілу Релея

Інтенсивність відмов дорівнює:

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sigma_t^2} \cdot t \qquad (3.6)$$

Характерною ознакою розподілу Релея є пряма лінія графіка $\lambda(t)$, що починається з початку координат.

Імовірність безвідмовної роботи об'єкта в цьому випадку визначиться за формулою:

$$P(t) = e^{\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]} = e^{\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right)}. \qquad (3.7)$$

Середній наробіток до відмови знаходиться за виразом (3.8)

$$m_t = \int_0^t P(t)dt = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}}. \qquad (3.8)$$

РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Задача 3.1. Час роботи світлотехнічного виробу до відмови підкоряється закону розподілу Релея. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності виробу P(t),f(t),λ(t),m_t для t=1000годин, якщо параметр розподілу σ_t=1000 годин.

Рішення. Скористаємося формулами (3.5)÷(3.8) для P(t),f(t), mt ,λ(t).

1. Обчислимо ймовірність безвідмовної роботи P(t)

$$P(t) = e^{\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right)} = P(1000) = \exp\left(-\frac{1000^2}{2 \cdot 1000^2}\right) = 0{,}61$$

2.Визначимо частоту відмови

$$f(t) = \frac{t}{\sigma_t^2} e^{\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right)} = f(1000) = \frac{1000}{1000^2} P(t) = 0{,}61 \cdot 10^{-3} \quad [1/\text{год.}]$$

3. Розрахуємо інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \frac{t}{\sigma_t^2};$$

$$\lambda(1000) = \frac{1000}{1000^2} = 10^{-3} \quad [1/\text{год.}]$$

4.Визначимо середній час безвідмовної роботи виробу m_t

$$m_t = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1000 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1253 \textit{годин}$$

Задача 3.2. Час безвідмовної роботи виробу підкоряється закону Вейбулла з параметрами k=1.5; a=10^{-4} 1/год., а час роботи виробу t=100 годин. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності виробу P(t),f(t),λ(t).

Рішення.
1. Визначимо ймовірність безвідмовної роботи p(t) по формулі (3.3) .
Маємо

$$P(100)=\int_0^t e^{-\lambda(t)dt}=e^{-at^k}=exp(-10^{-4}100^{1,5})=0,905$$

2. Визначимо частоту відмов *f(t)*

$$f(100)=akt^{k-1}\cdot P(100)=10^{-4}\cdot 1,5\cdot 100^{1,5-1}\cdot 0,905=1,35\cdot 10^{-3} \text{ [1/год]}$$

4. Визначимо інтенсивність відмов λ(t)

$$\lambda(t)=ak\cdot t^{k-1}=\frac{f(t)}{P(t)}=\frac{1,35\cdot 10^{-3}}{0,905}=1,5\cdot 10^{-3}$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 1. Імовірність безвідмовної роботи автоматичної лінії виготовлення дроселів протягом Δt_1 підкорялася експонентному закону й становила P(t). Протягом наступного часу Δt_2 робота системи до відмови підкоряється закону розподілу Релея. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності виробу, якщо відомо, що інтенсивність відмови на другому етапі становила λ(t).

Завдання 2. Робота системи керування освітленням за Δt_1 може бути описана законом розподілу Вейбула з параметром *a*. Відомо, що ймовірність відмови системи в цьому проміжку часу склала *q(t)*. Робота системи в наступні Δt_2 визначалася експонентним законом розподілу, а ймовірність безвідмовної роботи становила P(t). Визначити кількісні характеристики надійності системи на кожному етапі її роботи, а також параметр розподілу Вейбулла *k*.

Завдання 3. Робота системи керування освітленням за Δt_1 може бути описана законом розподілу Релея. Відомо, що ймовірність відмови системи в цьому проміжку часу склала *q(t)*. Робота системи в наступні Δt_2 визначалася законом розподілу Вейбула з параметрами *a, k*. Визначити кількісні характеристики надійності системи.

Завдання 4. Робота електротехнічного виробу підлегла експонентному закону надійності. Потрібно визначити основні кількісні характеристики надійності виробу за час Δt_1, якщо відомо, що ймовірність його відмови становить $q_1(t)$. На другому етапі Δt_2 випробування робота виробу визначалась законом розподілу Вейбула із частотою відмови *f(t)* та ймовірністю відмови $q_2(t)$. Визначити кількісні характеристики надійності системи й параметри розподілу Вейбула.

Змістовий модуль (ЗМ) 1.2.
ОСНОВНІ МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ ОСВІТЛЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №4
ПОСЛІДОВНЕ З'ЄДНАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ У СИСТЕМУ

З'єднання елементів називається послідовним, якщо відмова хоча б одного елемента приводить до відмови всієї системи. Система послідовно з'єднаних елементів працездатна тоді, коли працездатні всі її елементи.

Імовірність безвідмовної роботи системи за час *t* визначається формулою

$$P_c(t) = P_1(t) * P_2(t) ... P_n(t) = \prod_{i=1}^{m} P_i(t) \qquad (4.1)$$

де $P_i(t)$ - імовірність безвідмовної роботи i-го елемента за час t.

Якщо $P_i(t) = P(t)$, то

$$P_c(t) = P^n(t) \qquad (4.2)$$

Виразимо $P_c(t)$ через інтенсивність відмов $\lambda_i(t)$ елементів системи. Маємо:

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \lambda_i(t)dt\right) \qquad (4.3)$$

або

$$P_c(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_c(t)dt\right) \qquad (4.4)$$

де

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t). \qquad (4.5)$$

Тут $\lambda_i(t)$. - інтенсивність відмов i-го елемента; $\lambda_c(t)$ - інтенсивність відмов системи. Імовірність відмови системи на інтервалі часу (0, t) дорівнює

$$q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{m} \lambda_i(t) \qquad (4.6)$$

Частота відмов системи $f_c(t)$ визначається співвідношенням

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} \qquad (4.7)$$

Інтенсивність відмов системи

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} \qquad (4.8)$$

Середній час безвідмовної роботи системи:

$$m_{tc} = \int_0^\infty P_c(t)dt \qquad (4.9)$$

У випадку експонентного закону надійності всіх елементів системи маємо

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = const. \tag{4.10}$$

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_c \tag{4.11}$$

$$P_i(t) = \exp(-\lambda t); \tag{4.12}$$

$$P_c(t) = e^{-\lambda t}; \tag{4.13}$$

$$f_c(t) = \lambda_c * e^{-\lambda t}; \tag{4.14}$$

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \tag{4.15}$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}; \tag{4.16}$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_i} \tag{4.17}$$

де m_{tc} - середній час безвідмовної роботи і -го елемента.

При розрахунку надійності систем часто доводиться перемножувати ймовірності безвідмовної роботи окремих елементів розрахунку, зводити їх у ступінь і витягати корінь. При значеннях P(t), близьких до одиниці, ці обчислення можна з достатньої для практики точністю виконувати по наступних наближених формулах:

$$\left.\begin{aligned} &P_1(t)\,P_2(t)...P_n(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^{n} q_i(t), \\ &P_i^n(t) = 1 - Nq_i(t), \\ &\sqrt[n]{P_i(t)} = 1 - q_i(t)/n \end{aligned}\right\}$$

де q_i (t) -- ймовірність відмови і - го елементу.

РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Завдання 4.1. Система складається із трьох пристроїв. Інтенсивність відмов світлотехнічного обладнання дорівнює λ_1=0,16*10^{-3} 1/год. = const. Інтенсивності відмов двох електротехнічних пристроїв лінійно залежать від часу й визначаються наступними формулами

λ_2=0,23*10^{-4}t 1/год., $_3$ = 0,06*10^{-6}t^{2,6} 1/год.

Необхідно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи системи протягом 100 годин.

Рішення. На підставі формули (4.3) маємо

$$P_c(t) = \exp(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \lambda_i(t)\,dt) = \exp\left\{-\left[\int_0^t \lambda_1 dt + \int_0^t \lambda_2 dt + \int_0^t \lambda_3 dt\right]\right\} =$$

$$= \exp\left[-\left(\lambda_1 t + 0{,}23*10^{-4}\,\frac{t^2}{2} + 0{,}06*10^{-6}*\frac{t^{3,6}}{3{,}6}\right)\right].$$

Для t=100 година

$$P_c(100) = \exp\left[-\left(0{,}16*10^{-3}*100 + 0{,}23*10^{-4}*\frac{100^2}{2} + 0{,}06*10^{-6}*\frac{100^{3,6}}{3{,}6}\right)\right] \approx 0{,}33$$

Завдання 4.2. Система складається із трьох елементів керування мережами освітлення, середній час безвідмовної роботи яких дорівнює : m_{t1}=160 годин; m_{t2} =320 годин; m_{t3} = 600 годин.

Для блоків керування справедливий експонентний закон надійності. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи системи.

Рішення. Скориставшись формулою (4.17) одержимо

$$\lambda_1 = \frac{1}{m_{t1}} = \frac{1}{160};\ \lambda_2 = \frac{1}{m_{t2}} = \frac{1}{320};\ \lambda_3 = \frac{1}{m_{t3}} = \frac{1}{600}.$$

де λ_i - інтенсивність відмов і -го блоку. На підставі формули (4.11) визначимо

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} \approx 0{,}011$$ [1/год.]

λ_c - інтенсивність відмов системи.

На підставі формули (4.16) одержимо:

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}011} \approx 91$$ годин.

Завдання 4.3. Освітлювальна установка складається з 12600 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{ср}$=0,32*10^{-6} 1/год. Потрібно визначити $P_c(t)$, $q_c(t)$, $f_c(t)$, m_{tc}, для t=50 годин ($P_c(t)$ - імовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t; $q_c(t)$ - імовірність відмови системи протягом часу t ; $f_c(t)$ - частота відмов або щільність імовірності часу Т безвідмовної роботи системи; m_{tc} - середній час безвідмовної роботи системи).

Рішення. Інтенсивність відмов системи по формулі (4.11) буде

$\lambda_c = \lambda_{ср} *n = 0{,}32*10^{-6}*12600 = 4{,}032*10^{-3}$ 1/год.

З (4.13) маємо $P_c(t) = e^{-\lambda t}$ = $P_c(50) = e^{-4{,}032*0{,}001*50\ 0}$=0,82 .

З (4.15) визначимо $q_c(t)$= 1- $P_c(t)$ = $q_c(50)$ =1-$P_c(50)$ 0,18 .

З (4.14) визначимо $f_c(t) = \lambda_c e^{-ct} = \lambda_c P_c(t)$; $f_c(50) = 4{,}032*10^{-3}*0{,}82 = 3{,}28*10^{-3}$ 1/год.

З (4.16) визначимо $m_{tc}=1/\lambda_c=1/4{,}032*10^{-3250}$ годин.

Завдання 4.4. Система освітлення складається із двох макросистем. Імовірності безвідмовної роботи кожної з них протягом часу t = 100 годин дорівнюють: $P_1(100)$ = 0,95; $P_2(100)$ = 0,97. Справедливий експонентний закон надійності. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи.

Рішення. Знайдемо ймовірність безвідмовної роботи системи:

$$P_c(100)=P_1(100)*P_2(100)=0,95*0,97=0,92 .$$

Знайдемо інтенсивність відмов макросистем, скориставшись формулою

$$P_c(t) = e^{-\lambda_C t} \quad P_c(100)=0,92= e^{-\lambda_C 100}$$

Маємо $$-*100 = \ln P(t) = \lg 0,92 \Rightarrow \lambda_C = -\frac{\ln 0,92}{100} = 0,83*10^{-3}\,[1/\text{год.}]$$

Тоді

$$m_{tc}=1/\lambda_c=1/(0,83*10^{-3})=1200 \text{ годин.}$$

Завдання. 4. 5. Імовірність безвідмовної роботи освітлювальної установки протягом часу *t* дорівнює $P_c(t)=0,95$. Установка складається з n=120 рівно надійних елементів. Необхідно знайти ймовірність безвідмовної роботи окремого елементу.

Рішення. Очевидно, що ймовірність безвідмовної роботи елемента буде визначатися як $P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)}.$

Тому що P(t) близька до одиниці, то обчислення *P(t)* зручно виконати за формулою (4.18).

У нашому випадку

$$q_c(t)=1- P_c(t)=1-0,95=0,05.$$

Тоді

$$P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)} \approx 1-\frac{q_c(t)}{n} = 1-\frac{0,05}{120} \approx 0,9996.$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 1. Невідновлювана в процесі роботи система освітлення складається з *N* елементів, середня інтенсивність відмов яких λ. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t і середній час безвідмовної роботи системи.

Завдання 2. Система керування складаються з *N* елементів, середня інтенсивність відмов яких λ_{cp}. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи протягом часу t і середній час безвідмовної роботи.

Завдання 3. Система складається з п'яти приладів, середній час безвідмовної роботи яких дорівнює: m_{t1}-m_{t5}. Для приладів справедливий експонентний закон надійності. Потрібно знайти середній час безвідмовної роботи системи.

Завдання 4. Прилад складається з чотирьох блоків. Імовірність безвідмовної роботи кожного блоку протягом часу t дорівнює: $P_1 \div P_4$. Справедливий експонентний закон надійності. Потрібно знайти середній час безвідмовної роботи приладу.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №5

РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ З ПОСТІЙНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

При постійному резервуванні резервні елементи 1,2,.... з'єднані паралельно з основним (робітником) елементом протягом усього періоду роботи системи. Всі елементи з'єднані постійно, перебудова схеми при відмовах не відбувається, що відмовив елемент не відключається (рис.5.1.).

Імовірність відмови системи $q_c(t)$ визначається формулою

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m} q_j(t) \tag{5.1}$$

де $q_j(t)$ - імовірність відмови j-го елемента . Імовірність безвідмовної роботи системи

$$P_c(t) = \prod_{j=0}^{m} \left[1 - P_j(t)\right] \tag{5.2}$$

де $P_j(t)$ - імовірність безвідмовної роботи j -го елемента Якщо $P_j(t) = P(t),\ j = \mid\ 0,1,...m,$, то

$$\left.\begin{aligned} q_c(t) &= q^{m+1}(t); \\ P_c(t) &= 1 - \left[1 - P(t)\right]^{m+1} \end{aligned}\right\} \tag{5.3}$$

При експонентному законі надійності окремих елементів маємо

$$\left.\begin{aligned} P_j(t) &= P(t) = e^{-\lambda t}; \\ q_c(t) &= \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1}(t); \\ P_c(t) &= 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1}; \\ m_{tc} &= \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{1+i}. \end{aligned}\right\} \tag{5.4}$$

Резервування називається загальним, якщо резервується вся система, що складається з послідовного з'єднання n елементів. Схема загального резервування показана на рис.5.1. Основний ланцюг містить n елементів. Число резервних ланцюгів дорівнює m, тобто кратність резервування дорівнює m.

Визначимо кількісні характеристики надійності системи із загальним резервуванням (резервні ланцюги включені постійно).

Запишемо ймовірність безвідмовної роботи j -го ланцюга

$$P_j(t) = \prod_{j=1}^{m} P_{ij}(t);\ j = 0,1...,m, \tag{5.5}$$

де $P_{ij}(t)$, j=0,1,2,...m; i=1,2,3,...,n - імовірність безвідмовної роботи елемента $Э_{ij}$. Імовірність відмови j -го ланцюга

$$q_c(t) = \left|1 - \prod_{j=1}^{n} P_{ij}(t)\right. \qquad (5.6)$$

Імовірність відмови системи із загальним резервуванням

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m}\left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right]. \qquad (5.7)$$

Імовірність безвідмовної роботи системи із загальним резервуванням

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m}\left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right]. \qquad (5.8)$$

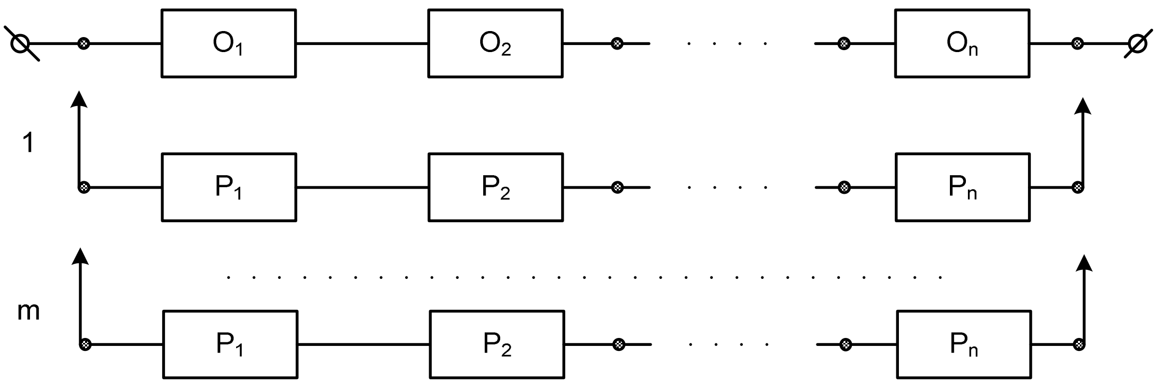

Рис. 5.1. Схема загального резервування складних систем

Окремий випадок: основний і резервний ланцюги мають однакову надійність, тобто:

$$P_{ij}(t) = P_i(t). \qquad (5.9)$$

Тоді:

$$q_c(t) = \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right]^{m+1}; \qquad (5.10)$$

$$P_c(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right]^{m+1}. \qquad (5.11)$$

Розглянемо експонентний закон надійності, тобто:

$$P_i(t) = e^{-\lambda t}. \qquad (5.12)$$

У цьому випадку формули (5.10), (5.11) приймуть вигляд:

$$q_c(t) = \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1} \qquad (5.13)$$

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1} \qquad (4.14)$$

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i\,, \qquad (4.15)$$

де λ_0 - інтенсивність відмов ланцюга, що складається з n елементів. Частота відмов системи із загальним резервуванням

$$f_c(t) = \frac{dP_c(t)}{dt} = \lambda_0 \cdot (m+1)e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^m \tag{5.16}$$

Інтенсивність відмов системи із загальним резервуванням

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{dt} = \frac{\lambda_0 \cdot (m+1)e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^m}{1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^m} \tag{5.17}$$

Середній час безвідмовної роботи резервованої системи

$$m_{tc} = T_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1+j},, \tag{5.18}$$

де $T_0 = 1/\lambda_0$, - середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи.

РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Завдання 5.1. Освітлювальна установка складається з 10 рівно надійних елементів, середній час безвідмовної роботи окремого елементу m_t = 1000 годин. Передбачається, що справедлив експонентний закон надійності для елементів системи і основна й резервна системи рівно надійні. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи m_{tc}, а також частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ у момент часу t = 50 годин в наступних випадках:

а) нерезервованої системи,

б) дубльованої системи при постійно включеному резерві.

Рішення.

а) $\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$,

де λ_c - інтенсивність відмов системи; λ_i - інтенсивність відмов i -го елемента ; n = 10.

$\lambda_i=1 / m_{ti}$ = 1/1000=0,001; λi = 1,2, . . .,n ; $=\lambda_i$;

$\lambda_c = n*\lambda_i$= 0,001*10=0,01 [1/год.];

$m_{tc}=1/\lambda_c$=100 час;

$f_c(t)=\lambda_c(t)\ P_c(t)$;

$\lambda_c(50)=_c$; $P_c(t)=e^{-ct}$;

$f_c(50)=_c e^{-ct}=0{,}01*e^{-0{,}01*506*10-3}$ [1/год.];

$\lambda_c(50)$=0,01 1/час.

б) $m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c}\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{1+j}$; $m=1$; $m_{tc} = \frac{1}{0.01}\left(1+\frac{1}{2}\right) = 150$ [год.];

$p_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}$; $_0 =_c$ =0.01 [1/год.];

$$p_c = 1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^2 = 2e^{-\lambda_0 t} - e^{-2\lambda_0 t};$$

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\cdot\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right);$$

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda_0\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)}{2-e^{-\lambda_0 t}};$$

$f_c(50)=4.8 10^{-3}$ 1/год. ; $\lambda_c(50)=5.7 10^{-3}$ [1/год.].

Завдання 5.2. У системі кварцування застосовано дублювання каналу керування. Інтенсивність відмов каналу складає $\lambda=10^{-2}$ 1/год. Треба розрахувати імовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$ при t=10 годин, середній час безвідмовної роботи m_{tc}, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи.

Рішення. У цьому випадку n=1; $\lambda_i=\lambda$; $\lambda_0=n\lambda=\lambda$;m=1.

За формулою (4.14) отримаємо

$$P_c(t)=1-(1-e^{-\lambda t})^2=P_c(10)=1-(1-e^{-0,1})^2 .$$

$$e^{-0,1}=0,9048 .$$

Тоді $$P_c(10)=1-(1-0,9048)^2=1-0,0952^2=1-0,01=0,99 .$$

Визначимо m_{tc}.

З формули (5.4) маємо

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{1}\frac{1}{1+i} = \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}\right) = 150$$ годин.

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$:

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda\cdot e^{-\lambda t}\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right).$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$:

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda e^{-\lambda t}\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{e^{-\lambda t}\left(2-e^{-\lambda t}\right)} = \frac{2\lambda\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{2-e^{-\lambda t}}.$$

Завдання 5.3. Нерезервована система керування включення аварійного освітлення складається з n = 5000 елементів. Для підвищення надійності системи передбачається провести загальне дублювання елементів. Щоб приблизно оцінити можливість досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи системи $P_c(t)$ = 0,9 при t =10 годин, необхідно розрахувати середню інтенсивність відмов одного елемента при припущенні відсутності післядії відмов.

Рішення. Імовірність безвідмовної роботи системи при загальному дублюванні й рівно надійних елементах дорівнює

$$P_c(t) = 1-\left(1-e^{-\lambda_n t}\right)^{m+1} = 1-\left(1-e^{-\lambda_n t}\right)^2$$

або

$$P_c(t) = 1-\left[1-\prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)\right]^{m+1} = 1-\left[1-P^n(t)\right]^2,$$

де $P(t)=e^{--\lambda t}$.

Тут *P(t)* - імовірність безвідмовної роботи одного елементу.

Знаючи, що маємо отримати 1-[1-P^n(t)]$^{2=}$0,9, то $P(t) \geq \left(1-\sqrt{0{,}1}\right)^{1/n}$.

Розклавши $\left(1-\sqrt{0{,}1}\right)^{1/n}$ по ступені *1/n* у ряд і зневажаючи членами ряду вищого порядку малості, одержимо

$$\left(1-\sqrt{0{,}1}\right)^{1/5000} \approx 1-\frac{1}{5000}\sqrt{0{,}1} = 1-6.32\cdot10^{-5}.$$

З огляду на те, що P(t)= exp (-λt) 1-t_1, одержимо

$$P_c(t) = 1-\left[1-6{,}32\cdot10^{-5}\right] = 6{,}32\cdot10^{-5}$$

або

$$\lambda=(6{,}32*10^{-5})/t=(6{,}32*10^{-5})/10=6{,}32*10^{-6}\ [1/\text{год.}].$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 1. Світлотехнічна установка складається із трьох блоків. Інтенсивність відмов кожного з цих трьох блоків відповідно дорівнює: λ_1, λ_2, λ_3. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи установки P_c(t) для наступних випадків:

а) резерв відсутній;

б) є дублювання апаратури в цілому.

Завдання 2. Схема розрахунку надійності світлового виробу показана на рис.5.1.

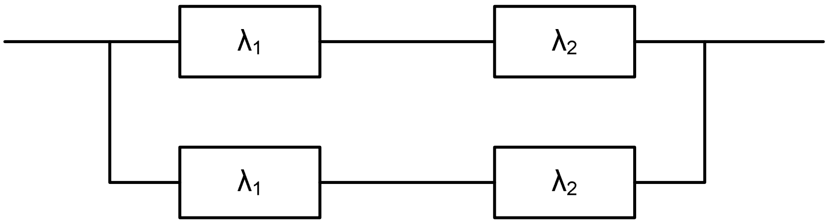

Рис.5.1.

Передбачається, що справедливо експонентний закон надійності для елементів виробу. Інтенсивності відмов елементів мають значення: λ_1, λ_2. Потрібно знайти ймовірність безвідмовної роботи виробу протягом часу Δt, середній час безвідмовної роботи виробу, частоту відмов і інтенсивність відмов у момент часу t.

Завдання 3. Нерезервована система керування складається з n елементів. Відома необхідна ймовірність безвідмовної роботи системи P_c(0) при t_1. Необхідно розрахувати припустиму середню інтенсивність відмов одного елемента, уважаючи елементи рівно надійними, для того щоб приблизно оцінити досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи при відсутності профілактичних оглядів у наступних випадках: а) резервування відсутнє ; б) застосоване загальне дублювання.

Завдання 4. Світловий прилад складається із двох блоків, з'єднаних послідовно, які характеризуються відповідно інтенсивностями відмов λ_1 й λ_2. Виконано пасивне загальне резервування з незмінним навантаженням всієї системи (блоку 1 і 2) (рис. 5.2) .

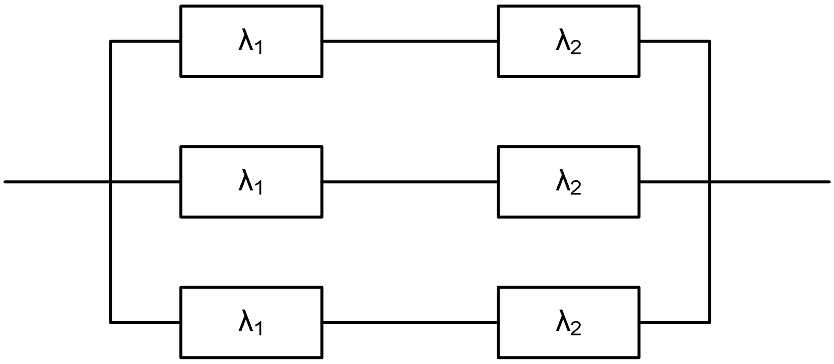

Рис.5.2.

Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи P_c (t) світлового приладу, середній час безвідмовної роботи m_{te}, частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов λc(t) приладу. Визначити $P_c(t)$ при t_1.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ №6

РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАМІЩЕННЯМ У РЕЖИМІ ПОЛЕГШЕНОГО (ТЕПЛОГО) РЕЗЕРВУ Й У РЕЖИМІ НЕНАВАНТАЖЕНОГО (ХОЛОДНОГО) РЕЗЕРВУ

У цьому випадку резервні елементи перебувають у полегшеному режимі до моменту їхнього включення в роботу. Надійність резервного елемента в цьому випадку вище надійності основного елемента, тому що резервні елементи перебувають у режимі недовантаження до моменту їхнього включення в роботу.

Імовірність відмови резервованої системи з полегшеним резервуванням визначається співвідношенням

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i\right] \qquad (6.1)$$

$$a_i = \prod_{j=0}^{i=1}\left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right) \qquad (6.2)$$

де λ_1 - інтенсивність відмови резервного елемента в режимі недовантаження до моменту включення його в роботу; λ_0 - інтенсивність відмови резервного елемента в стані роботи; m - кратність резервування або кількість резервних елементів. Імовірність безвідмовної роботи системи з полегшеним резервуванням визначається формулою

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_i t}\right)^i\right] \qquad (6.3)$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи системи з полегшеним резервуванням. Маємо

$$m_{tc} = \int_0^\infty Pc(t)dt = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{1+ik}., \qquad (6.4)$$

де $$k = \lambda_1 / \lambda_0 \qquad (6.5)$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$ системи з полегшеним резервуванням. Маємо

$$f_c(t) = \lambda_0 \cdot e^{-\lambda_0 t}\left[1+\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i}{i!}\left(1-e^{-\lambda_i t}\right)^i - \frac{\lambda_1}{\lambda_0}e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=1}^{m}\frac{a_i}{(i-1)!}\left(1-e^{-\lambda_i t}\right)^{i-1}\right] \qquad (6.6)$$

Визначимо інтенсивність відмов X^t) системи з полегшеним резервуванням. Одержимо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \lambda_0\left[1-\frac{\lambda_1}{\lambda_0}e^{-\lambda_i t}\frac{\sum\limits_{i=1}^{m}\frac{a_i}{(i-1)!}\left(1-e^{-\lambda_i t}\right)^{i-1}}{1+\sum\limits_{i=1}^{m}\frac{a_i}{i!}\left(1-e^{-\lambda_i t}\right)^i - \frac{\lambda_1}{\lambda_0}e^{-\lambda_0 t}}\right] \qquad (6.7)$$

При λ_1 =0 маємо режим ненавантаженого (холодного) резерву. Імовірність відмови резервованої системи з ненавантаженим резервуванням визначається співвідношенням

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=1}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} \qquad (6.8)$$

Імовірність безвідмовної роботи системи з ненавантаженим резервом визначається формулою

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=1}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} \qquad (6.9)$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи системи з ненавантаженим резервом. Маємо

$$m_{tc} = \int_0^\infty Pc(t)dt = \frac{m+1}{\lambda_0}. \qquad (6.10)$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$ системи з ненавантаженим резервом. Маємо

$$f_c(t) = \frac{dP_c(t)}{dt} = \frac{\lambda_0^{\ m+1}}{m!}\cdot t^m e^{-\lambda_0 t} \qquad (6.11)$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи з ненавантаженим резервом. Одержимо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda_0^{m+1}t^m}{m!\sum\limits_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}. \qquad (6.12)$$

РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Задача 6.1. Освітлювальна установка складається з 10 рівно надійних елементів, середній час безвідмовної роботи окремого елементу m_t = 1000 годин. Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності для елементів системи, а основна і резервна системи рівно надійні. Необхідно знайти ймовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи системи m_{tc}, а також частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов λ_c (t) у момент часу t = 50 година в наступних випадках:

а) нерезервованої системи,

б) дубльованої системи при включенні резерву за способом заміщення (ненавантажений резерв).

Рішення:

а) $$\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i,$$

де λ_c - інтенсивність відмов системи, λ_i - інтенсивність відмов і -го елементу; n = 10,

$$\lambda_i = \frac{1}{m_{ti}} = \frac{1}{1000} = 0.001; i = \overline{1, n}; \lambda = \lambda_i,$$

$$\lambda_c = \lambda n = 0.001 \cdot 10 = 0.01 \text{ 1/год. },$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = 100 \text{ год. };$$

$P_c(t)=e^{-\lambda_c t}$;

$f_c(t)=\lambda_c(t)P_c(t)$; $\lambda_c(50)=\lambda_c$;

$f_c(50)=\lambda_c e^{-\lambda_c t}{=}0.01e^{-0.0150}=6*10^{-3}$ [1/ год.] ;

$\lambda_c(50)=0.01$ [1/ год.] .

б) $m_{tc} = (m+1)/\lambda_c$; m=1;

m_{tc}=2/0,01=200 год. .

Визначаємо $P_c(t)$ за формулою:

$$p_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}(1+\lambda_0 t).$$

Так як $\lambda_0=\lambda_c$, то

$$P_c(t) = e^{-\lambda ct}(1+\lambda_c t) .$$

Визначимо $f_c(t)$:

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = -\left[-\lambda_c e^{-\lambda_c t}(1+\lambda_c t) + \lambda_c e^{-\lambda_c t}\right] = \lambda_c^2 t e^{-\lambda_c t}.$$

Визначаємо λ_c (t) . Одержимо

$$\lambda_c(t)=\frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_c^2 t e^{-\lambda_c t}}{e^{-\lambda_c t}(1+\lambda_c t)} = \frac{\lambda_c^2 t}{1+\lambda_c t}.$$

Визначаємо $P_c(50)$, $f_c(50)$, $\lambda_c(50$:

$$P_c(50)=e^{-0.01*50}(1+0.01*50)=e^{-0.5}*1.5=0.6065*1,5=0,91,$$

$$f_c(50)=0.01250e^{-0.01*50}=0.010.5e^{-0.5}=3*10^{-3} \text{ 1/час },$$

$$\lambda_c(50)=\frac{f_c(50)}{p_c(50)}=\frac{3\cdot10^{-3}}{0.91}\approx3.3\cdot10^{-3}\ \text{[1/год.].}$$

Завдання 6.2. ПРА має інтенсивність відмов λ_0=0,4*10^{-3} 1/год. Його дублює такий же пристрій, що перебуває до відмови основного передавача в режимі очікування (у режимі полегшеного резерву). У цьому режимі інтенсивність відмов передавача λ_1= 0,06*10^{-3} 1/год. Потрібно обчислити імовірність безвідмовної роботи передавальної системи протягом часу t = 100 годин, а також середній час безвідмовної роботи m_{tc}, частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

Рішення. У розглянутому випадку кратність резервування m=1. Використовуючи формулу (5.3), одержимо

$$p_c(t)=e^{-\lambda_0 t}\cdot\left[1+\sum_{i=1}^{1}\frac{a_i}{i!}(1-e^{-\lambda_1 t})^i\right]=e^{-\lambda_0 t}\left[1+a_1(1-e^{-\lambda_1 t})\right];$$

$$a_i=\prod_{j=0}^{i-1}\left(j+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right);\quad a_1=\prod_{j=0}^{0}\left(j+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)=\frac{\lambda_0}{\lambda_1}.$$

Тоді

$$p_c(t)=e^{-\lambda_0 t}\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}-\frac{\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}\right). \qquad (6.13)$$

З (6.13) маємо

$$p_c(100)=e^{-0.4\cdot10^{-3}\cdot100}\left(1+\frac{0.4\cdot10^{-3}}{0.06\cdot10^{-3}}-\frac{0.4\cdot10^{-3}}{0.06\cdot10^{-3}}e^{-0.06\cdot10^{-3}\cdot100}\right)=$$

$$=e^{-0.04}\left(1+\frac{40}{6}-\frac{40}{6}e^{-0.006}\right);$$

P_c(100)=0.96 [1+6.67-6.67(1-0.006)]=0.998; P_c(100)=99,8%.

Визначимо m_{tc} по формулі (5.4.). Одержимо

$$m_{tc}=\frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{1}\frac{1}{1+i\frac{\lambda_1}{\lambda_0}}=\frac{1}{\lambda_0}\left(1+\frac{1}{1+\frac{\lambda_1}{\lambda_0}}\right)=\frac{1}{\lambda_0}\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_1+\lambda_0}\right)=$$

$$=\frac{1}{0.4\cdot10^{-3}}\left(1+\frac{0.4\cdot10^{-3}}{0.46\cdot10^{-3}}\right)=\ 4668\ \text{годин.}$$

Визначимо $f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t)=-\frac{dp_c(t)}{dt}=-\left[-\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\left(1+\frac{\lambda_0}{\lambda_1}-\frac{\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}\right)+e^{-\lambda_0 t}\lambda_0 e^{-\lambda_1 t}\right]=$$

$$=\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\left[1+\frac{\lambda_1}{\lambda_0}-\frac{\lambda_1}{\lambda_0}e^{-\lambda_1 t}-e^{\lambda_1 t}\right]=\lambda_0\frac{\lambda_1+\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_0 t}\left(1-e^{-\lambda_1 t}\right)$$

Перепишемо (5.13) у вигляді

$$p_c(t)=\frac{\lambda_1+\lambda_0}{\lambda_1}e^{-\lambda_0 t}\left(1-\frac{\lambda_0}{\lambda_1+\lambda_0}e^{-\lambda_1 t}\right).$$

Визначимо $\lambda_c(t)$. Одержимо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)}{1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1 + \lambda_0} e^{-\lambda_1 t}}.$$

Завдання 6.3. Імовірність безвідмовної роботи перетворювача постійного струму в змінний у перебігу часу t=1000 год. дорівнює 0,95, тобто Р(1000) = 0,95. Для підвищення надійності системи електропостачання на об'єкті є такий же перетворювач, що включається в роботу при відмові першого (режим ненавантаженого резерву). Потрібно розрахувати імовірність безвідмовної роботи та середній час безвідмовної роботи системи, що складається з двох перетворювачів, а також визначити частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_з(t)$ системи.

Рішення. У розглянутому випадку кратність резервування m=1. Використовуючи формулу (5.9), одержимо

$$p_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \frac{\left(\lambda_0 t\right)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}\left(1 + \lambda_0 t\right). \qquad (6.14)$$

Вважаючи те, що для окремого перетворювача має місце експонентний закон надійності, то

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t}, \qquad (6.15)$$

де *P(t)*- імовірність безвідмовної роботи перетворювача; λ_0 - інтенсивність відмов перетворювача в стані роботи.

З (5.15) маємо $P(1000)=e^{-\lambda o 1000}=0{,}95$.

Звідки

$$\lambda_0 = \frac{\ln 0{,}95}{1000} = 5 \cdot 10^{-4} \quad 1/\text{год}.$$

Тоді з (5.14) маємо

$$P_c(1000)=0{,}95(1+0{,}05) =0{,}9975 .$$

Визначимо m_{tc} по формулі (5.10). Одержимо

$$m_{tc} = (m+1)/\lambda_0=2/\lambda_0=2/(0{,}5*10^{-4}) = 40000 \text{ год.}$$

Відзначимо, що середній час безвідмовної роботи нерезервованого перетворювача дорівнює

$$m_{tc} =1/\lambda_0=20000 \text{ годин.}$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$ за формулою (6.11):

$$f_c(t) = \frac{\lambda_0^2}{1!} t e^{-\lambda_0 t} = \lambda_0^2 t e^{-\lambda_0 t}.$$

Визначимо $\lambda_c(t)$. Одержимо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0^2 t \cdot e^{-\lambda_0 t}}{e^{-\lambda_0 t}\left(1 + \lambda_0 t\right)} = \frac{\lambda_0^2 t}{1 + \lambda_0 t}.$$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 1. Система складається із двох однакових елементів. Для підвищення її надійності конструктор запропонував дублювання системи за засобом заміщення з ненавантаженим станом резерву (рис.6.1). Інтенсивність відмов елемента дорівнює λ. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

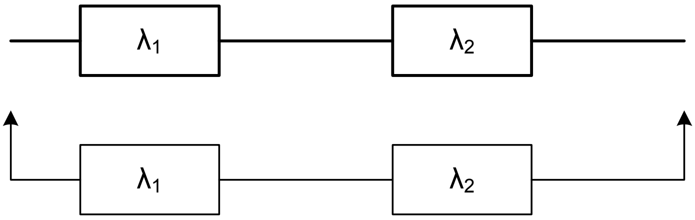

Рис.6.1.

Завдання 2. Схема розрахунку надійності виробу наведена на рис.6.2. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ виробу. Знайти $\lambda_c(t)$ при t_1.

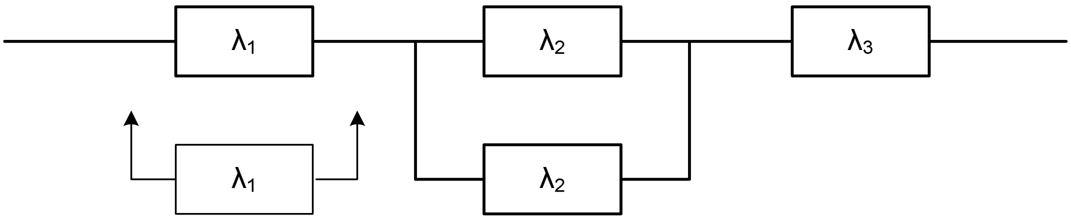

Рис.6.2.

Завдання 3. Схема розрахунку надійності системи наведена на рис.6.3. Визначити ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ системи.

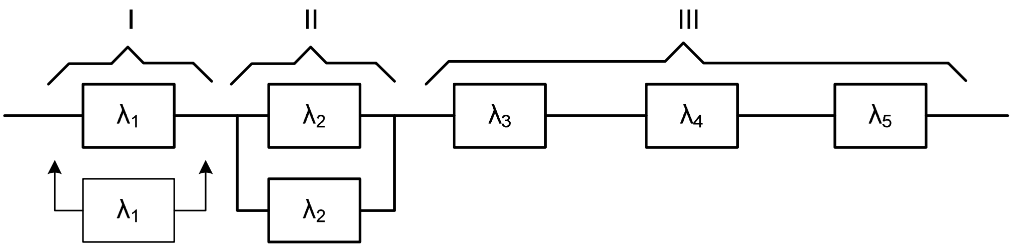

Рис.6.3.

Завдання 4. Передавальний пристрій складається з одного працюючого передавача λ і одного передавача в полегшеному резерві λ_0. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи пристрою $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи пристрою m_{tc}. Визначити $P_c(t)$ при t_1.

Завдання 5. Пристрій автоматичного пошуку несправностей складається із двох логічних блоків. Середній час безвідмовної роботи цих блоків однаково й для кожного з них дорівнює m_t. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи пристрою m_{tc} для двох випадків: а) ненавантажений резерв усього пристрою; б) ненавантажений резерв кожного блоку.

Змістовий модуль (ЗМ) 1.3.
СУЧАСНІ МЕТОДИ ТЕХНІЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ ОСВІТЛЮВАЛЬНИХ СИСТЕМ

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 7
МЕТОД БАЙЕСА ТА МЕТОД МІНІМАЛЬНОГО РИЗИКУ

Мета роботи: – вивчення методу Байеса для діагностики технічного стану досліджуваних систем і об'єктів;
– вивчення методу мінімального ризику для діагностики технічного стану досліджуваних систем і об'єктів.

7.1. Метод Байеса

Серед методів технічної діагностики метод, заснований на узагальненій формулі Байеса, займає особливе місце завдяки простоті й ефективності. Зрозуміло, метод Байеса має недоліки: великий обсяг попередньої інформації, «притиску» діагнозів, що рідко зустрічаються та ін. Однак у випадках, коли обсяг статистичних даних дозволяє застосувати метод Байеса, його доцільно використати як один з найбільш надійних і ефективних методів діагностики тех. стану об'єкта.

Нехай є діагноз D_i і простий ознака a_j, що зустрічається при цьому діагнозі, то ймовірність спільної появи подій (наявність в об'єкта стану D_i й ознаки a_j)

$$P(D_i a_j) = P(D_i)P(a_j / D_i) = P(a_j)P(D_i / a_j). \qquad (7.1)$$

Із цієї рівності випливає формула Байеса

$$P(D_i / a_j) = P(D_i)\frac{P(a_j / D_i)}{P(a_i)}. \qquad (7.2)$$

Дуже важливо визначити точний зміст всіх вхідних у цю формулу величин:

$P(D_i)$- імовірність діагнозу D_i, обумовлена за статистичним даними *(апріорна ймовірність діагнозу).* Так, якщо попередньо обстежено N об'єктів і в N_i об'єктів був стан D_i, то

$$P(D_i) = N_i / N. \qquad (7.3)$$

$P(a_j / D_i)$ - імовірність появи ознаки a_j в об'єктів зі станом D_i. Якщо серед N_i об'єктів, що мають діагноз, в N_j, виявилася ознака a_j, то

$$P(a_j / D_i) = \frac{N_{ij}}{N}. \qquad (7.4)$$

$P(a_j)$ - імовірність появи ознаки a_j у всіх об'єктах незалежно від стану (діагнозу) об'єкта. Нехай із загального числа N об'єктів ознака a_j була виявлена в N_j об'єктів, тоді

$$P(a_j) = N_j / N. \qquad (7.5)$$

Для встановлення діагнозу спеціального обчислення $P(a_j)$ не потрібно. Як буде показано надалі, значення $P(D_i)$ й $P\,P(a_j / D_i)$, відомі для всіх можливих станів, визначають величину $P(a_j)$.

У рівнянні (1.2) $P(D_i / a_j)$ - імовірність діагнозу D_i після того, як стала відомо наявність у розглянутого об'єкта ознаки a_j *(апостеріорна ймовірність діагнозу).*

Узагальнена формула Байеса відноситься до випадку, коли обстеження проводиться з комплексу ознак *А, що* включає ознаки $a_1, a_2, ... a_n$ Кожний з ознак a_j має m_j розрядів $(a_{j1}, a_{j2}, ... a_{js}, ... a_{jm})$. У результаті обстеження стає відомої реалізація ознаки

$$a_j^* = a_{js}. \tag{7.6}$$

і всього комплексу ознак *А**. Індекс * означає конкретне значення (реалізацію) ознаки. Формула Байеса для комплексу ознак має вигляд

$$P(D_i A^*) = P(D_i) P(A^* / D_i) P(A^*),\ (i = 1,2..., n). \tag{7.7}$$

де $P(D_i A^*)$ - імовірність діагнозу D_i після того, як стали відомі результати обстеження з комплексу ознак *А*; $P(D_i)$ - попередня ймовірність діагнозу D_i (по попередній статистиці).

Формула (1.7) відноситься до кожного з n можливих станів (діагнозів) системи. Передбачається, що система перебуває тільки в одному із зазначених станів і тому

$$\sum_{S=1}^{n} P(D_S) = 1. \tag{7.8}$$

У практичних завданнях нерідко допускається можливість існування декількох станів $(B_1, B_2 ... B_r)$, причому деякі з них можуть зустрітися в комбінації один з одним. Тоді як різні діагнози D_i варто розглядати окремі стани $D_1 = B_1, D_r = B_r$ і їхні комбінації $D_{r+1} = B_1 \wedge B_2$.

Перейдемо до визначення $P(A^* / D_i)$. Якщо комплекс ознак складається з v ознак, то

$$P(A^* / D_i) = P(a_1^* / D_i) P(a_2^* / a_1^* D_i) ... P(a_v^* / a_1^* ... a_{v-1}^* D_t), \tag{7.9}$$

де $a^* = a_{js}$ - розряд ознаки, що виявився в результаті обстеження. Для діагностично незалежних ознак;

$$P(A^* / D_i) = P(a_1^* / D_i) P(a_2^* / D_i) ... P(a_v^* / D_t), \tag{7.10}$$

У більшості практичних завдань, особливо при великій кількості ознак, можна приймати умову незалежності ознак навіть при наявності істотних кореляційних зв'язків між ними.

Імовірність появи комплексу ознак *А**

$$P(A^*) = \sum_{S=1}^{n} P(D_S) P(A^* / D_S), \tag{7.11}$$

Узагальнена формула Байеса може бути записана

$$P\left(D_i / A^*\right)=\frac{P\left(D_i\right)P\left(A^* / D_i\right)}{\sum_{S=1}^{n} P\left(D_S\right)P\left(A^* / D_S\right)}\ , \qquad (7.12)$$

де $P\left(A^* / D_i\right)$ визначається рівнянням (7.9) або (7.10). Зі співвідношення (7.12) витікає

$$\sum_{S=1}^{n} P\left(D_i / A^*\right)=1\ , \qquad (7.13)$$

що, зрозуміло, і має бути, тому що один з діагнозів обов'язково реалізується, а реалізація одночасно двох діагнозів неможлива.

Варто звернути увагу на те, що знаменник формули Байеса для всіх діагнозів однакова. Це дозволяє спочатку визначити ймовірності спільної появи *i -го* діагнозу й даної реалізації комплексу ознак

$$P\left(D_i / A^*\right)=P\left(D_i\right)P\left(A^* / D_i\right), \qquad (7.14)$$

і потім апостеріорну ймовірність діагнозу

$$P\left(D_i / A^*\right)=P\left(D_i A^*\right)/\sum_{S=1}^{n} P\left(D_S A^*\right), \qquad (7.15)$$

Для визначення ймовірності діагнозів за методом Байеса необхідно скласти діагностичну матрицю (табл. 7.1), що формується на основі попереднього статистичного матеріалу. У наведеній нижче таблиці втримуються ймовірності розрядів ознак при різних діагнозах.

Таблиця 7.1

Діагностична матриця за методом Байеса

Діагноз D_i	Признак a_j									$P(D_i)$
	a_1			a_2				a_3		
	$P\left(\frac{a_{11}}{D_i}\right)$	$P\left(\frac{a_{12}}{D_i}\right)$	$P\left(\frac{a_{13}}{D_i}\right)$	$P\left(\frac{a_{21}}{D_i}\right)$	$P\left(\frac{a_{22}}{D_i}\right)$	$P\left(\frac{a_{23}}{D_i}\right)$	$P\left(\frac{a_{24}}{D_i}\right)$	$P\left(\frac{a_{31}}{D_i}\right)$	$P\left(\frac{a_{32}}{D_i}\right)$	
D_1	0,8	0,2	0	0,1	0,1	0,6	0,2	0,2	0,8	0,3
D_2	0,1	0,7	0,2	0	0	0,3	0,7	0,1	0,9	0,1
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

Якщо ознаки дворозрядні (прості ознаки «так - ні»), то в таблиці досить указати ймовірність появи ознаки $P\left(a_j / D_i\right)$. Імовірність відсутності ознаки

$$P\left(\overline{a}_j / D_i\right)=1-P\left(a_j / D_i\right).$$

Однак більш зручно використати однакову форму, думаючи, наприклад, для дворозрядної ознаки $P\left(a_j / D_i\right)=P\left(a_{j1} / D_i\right)$; $P\left(\overline{a}_j / D_i\right)=P\left(a_{j2} / D_i\right)$.

Відзначимо, що $\sum_{S=1}^{m_j} P\left(a_{js} / D_i\right)=1$, де m_j - число розрядів ознаки a_j.

Сума ймовірностей всіх можливих реалізацій ознаки дорівнює одиниці.

У діагностичну матрицю включені апріорні ймовірності діагнозів. Процес навчання за методом Байеса складається у формуванні діагностичної матриці. Важливо передбачити можливість уточнення таблиці в процесі діагностики. Для цього при розрахунку варто звертатися не тільки до значення *P*(k_{js}/D_i), але й до наступних величин: *N* - загальне число об'єктів, використаних для складання діагностичної матриці; N_i — число об'єктів з діагнозом D_i; N_{ij} – число об'єктів з діагнозом D_i, обстежених по ознаці $a_{i.}$. Якщо надходить новий об'єкт із діагнозом D_i, те проводиться коригування колишніх апріорних імовірностей діагнозів у такий спосіб:

$$P(D_i)\begin{cases}\frac{N_i}{N+1}=P(D_i)\frac{N}{N+1};i=1,2,...,n;i\neq\mu;\\ \frac{N_\mu+1}{N+1}=P(D_\mu)\frac{N}{N+1}+\frac{1}{N+1};i=\mu.\end{cases} \qquad (7.16)$$

Далі вводяться виправлення до ймовірностей ознак. Нехай у нового об'єкта з діагнозом D_μ виявлений розряд *r* ознаки a_j. Тоді для подальшої діагностики приймаються нові значення ймовірності інтервалів ознаки a_j при діагнозі D_μ:

$$P(a_{js}/D_\mu)\begin{cases}P(a_{js}/D_\mu)\frac{N_{\mu j}}{N_{\mu j}+1};s\neq r;\\ P(a_{js}/D_\mu)\frac{N_{\mu j}}{N_{\mu j}+1}+\frac{1}{N_{\mu j}+1};s=r.\end{cases} \qquad (7.17)$$

Умовні ймовірності ознак при інших діагнозах коригування не вимагають.

Вирішальне правило - правило, відповідно до якого приймається рішення про діагноз. У методі Байеса об'єкт із комплексом ознак *A** ставиться до діагнозу з найбільшої (апостеріорної) імовірністю

$$A^*\in D_i \text{ якщо } P(D_i/A^*)>P(D_j/A^*)(j=1,2,...,n;i\neq j) \qquad (1.18)$$

Таблиця 7.2

Імовірності ознак і апріорні ймовірності станів

D_i	$P(a_1/D_i)$	$P(a_2/D_i)$	$P(a_3/D_i)$
D_1	0,2	0,3	0,05
D_2	0,4	0,5	0,15
D_3	0,0	0,05	0,80

Символ $\in$, застосовуваний у функціональному аналізі, означає приналежність безлічі. Умова (7.18) вказує, що об'єкт, який володіє даною реалізацією комплексу ознак *A** або, коротше, реалізація *A** належить діагнозу (стану) D_i Правило (7.18) звичайно уточнюється введенням граничного значення для ймовірності діагнозу

$$P(D_i/A^*)\geq P_i \qquad (7.19)$$

де P_i - заздалегідь обраний *рівень розпізнавання* для діагнозу D_i. При цьому ймовірність найближчого конкуруючого діагнозу не вище 1 - *P*. Звичайно приймається $P_i>$ 0,09. За умови

$$P\left(D_i / A^*\right) \geq P_i \tag{7.20}$$

рішення про діагноз не приймається (відмова від розпізнавання) і необхідне надходження додаткової інформації.

Процес ухвалення рішення в методі Байеса при розрахунку на комп'ютері відбувається досить швидко. Наприклад, постановка діагнозу для 24 станів при 80 багаторозрядних ознаках займає зі швидкодією 10-20 тис. операцій у секунду всього кілька хвилин.

Як вказувалося, методу Байеса властиві деякі недоліки, наприклад, похибки при розпізнаванні виняткових діагнозів. При практичних розрахунках доцільно провести діагностику і для випадку рівно ймовірних діагнозів, поклавши

$$P(D_i) = 1/n \tag{7.21}$$

Тоді найбільшим значенням апостеріорної ймовірності буде володіти діагноз D_j, для якого Р (A^* / D_i) максимальна

$$A^* \in D_i \text{ якщо } P\left(A^* / D_i\right) > P\left(A^* / D_j\right)\left(j = 1, 2, \ldots, n; i \neq j\right) \tag{7.22}$$

Іншими словами, установлюється діагноз $D_{.}$, якщо дана сукупність ознак частіше зустрічається при діагнозі $D_{.}$, чим при інших діагнозах. Таке вирішальне правило відповідає *методу максимальної правдоподібності*. З попереднього випливає, що цей метод є часткою случаємо методу Байеса при однакових апріорних ймовірностях діагнозів. У методі максимальної правдоподібності «повторювані» і «виняткові» діагнози рівноправні.

7.2. Метод мінімального ризику

Імовірність ухвалення помилкового рішення складається з ймовірностей фіктивної тривоги й пропуску дефекту. Якщо приписати «ціни» цим помилкам, то одержимо вираз для середнього ризику

$$R = C_{21} P_1 \int_{x_0}^{\infty} f\left(x / D_1\right) dx + C_{12} P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f\left(x / D_2\right) dx \tag{7.23}$$

Зрозуміло, ціна помилки має умовне значення, але вона повинна врахувати передбачувані наслідки фіктивної тривоги й пропуску дефекту. У завданнях надійності вартість пропуску дефекту звичайно істотно більше вартості фіктивної тривоги ($C_{12} >> C_{21}$). Іноді вводиться ціна правильних рішень $IЗ_{11}$ і $З_{22}$, що для порівняння з вартістю втрат (помилок) приймається негативної. У загальному випадку середній ризик (очікувана величина втрати) виражається рівністю

$$\begin{aligned} R = C_{11} P_1 \int_{-\infty}^{x_0} f\left(x / D_1\right) dx + C_{21} P_1 \int_{x_0}^{\infty} f\left(x / D_1\right) dx + \\ + C_{12} P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f\left(x / D_2\right) dx + C_{22} P_2 \int_{x_0}^{\infty} f\left(x / D_2\right) dx \end{aligned} \tag{7.24}$$

Величина *x*, яка пропонується для розпізнавання, є випадковою й тому рівності (7.23) і (7.24) являють собою середнє значення (математичне очікування) ризику.

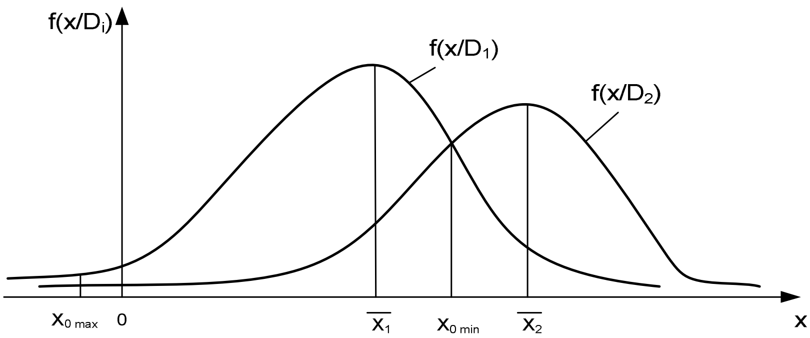

Рис. 7.1. Крапки екстремуму середнього ризику помилкових рішень

Знайдемо граничне значення x_0 з умови мінімуму середнього ризику. Диференціюючи (7.24) по x_0 і дорівнюючи похідну нулю, одержимо спочатку умову екстремуму

$$\frac{dR}{dx_0} = C_{11}P_1 f(x_0/D_1) - C_{21}P_1 f(x_0/D_1) + C_{12}P_2 f(x_0/D_2) - C_{22}P_2 f(x_0/D_2) = 0 \qquad (7.25)$$

або

$$\frac{f(x_0/D_1)}{f(x_0/D_2)} = \frac{(C_{12}-C_{22})P_2}{(C_{21}-C_{11})P_1} \qquad (7.26)$$

Це умова часто визначає два значення з яких одне відповідає мінімуму, друге - максимуму ризику (рис. 7.1). Співвідношення (7.26) є необхідною, але недостатньою умовою мінімуму. Для існування мінімуму *R* у точці $x = x_0$ друга похідна повинна бути позитивної $\frac{d^2R}{dx_0^2}>0$, що приводить до наступної умови відносно похідних щільностей розподілів:

$$\frac{f'(x_0/D_1)}{f'(x_0/D_2)} < \frac{(C_{12}-C_{22})P_2}{(C_{21}-C_{11})P_1} \qquad (7.27)$$

Якщо розподіли *f(x, D₁)* і *f(x, D₂)* є, як звичайно, одне-модальними (тобто містять не більше одного значення максимуму), то при

$$\bar{x}_1 < x0 < \bar{x}_2 \qquad (7.28)$$

умова (7.27) виконується. Дійсно, у правій частині рівності стоїть позитивна величина, а при $x > \bar{x}_1$ похідна $f''(x/D_1)$, тоді як при $x < \bar{x}_2$ значення $f'(x/D_2)$.

Надалі під x_0 будемо розуміти граничне значення діагностичного параметра, що забезпечує за правилом (7.27) мінімум середнього ризику. Будемо також вважати розподіли $f(x/D_1)$ і $f(x/D_2)$ одномодальними («одногорбими»).

Із умови (7.26) витікає, що рішення про віднесення об'єкта x до стану D_1 або D_2 можна зв'язати з величиною *відносини правдоподібності*. Нагадаємо, що відношення щільностей ймовірностей розподілу *x* при двох станах називається відношенням правдоподібності.

За методом мінімального ризику приймається наступне рішення про стан об'єкта, що має дане значення параметра *x:*

$$x \in D_1\text{, якщо } \frac{f'(x_0 / D_1)}{f'(x_0 / D_2)} > \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1} \qquad (7.29)$$

$$x \in D_2\text{, якщо } \frac{f'(x_0 / D_1)}{f'(x_0 / D_2)} < \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1} \qquad (7.30)$$

Ці умови випливають із співвідношень (7.27) і (7.26).

Умова (7.29) відповідає x < x_0, умова (1.30) x > x_0. Величина $\lambda = \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}$ являє собою граничне значення для відношення правдоподібності. Нагадаємо, що діагноз D_1 відповідає справному стану, D_2 - дефектному стану об'єкта; C_{21} – ціна фіктивної тривоги; C_{12} – ціна пропуску мети (перший індекс - прийнятий стан, другий - дійсне); $З_{11}$<0, C_{22} – ціни правильних рішень (умовні виграші). В більшості практичних завдань умовні виграші (заохочення) для правильних рішень не вводяться й тоді

$$\lambda = C_{12} P_2 / C_{21} P_1 \qquad (7.31)$$

Часто виявляється зручним розглядати не відношення правдоподібності, а логарифм цього відношення. Це не змінює результату, тому що логарифмічна функція зростає монотонно разом зі своїм аргументом. Розрахунок для нормального й деяких інших розподілів при використанні логарифма зв'язки правдоподібності виявляється трохи простіше.

Розглянемо випадок, коли параметр x має нормальний розподіл при справному D_1 і несправному D_2 станах. Розсіювання параметра (величина середньоквадратичного відхилення) приймається однаковим.

У розглянутому випадку щільності розподілів

$$f(x / D_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \bar{x}_1)^2}{2\sigma^2}} \qquad (1.32)$$

$$f(x / D_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \bar{x}_2)^2}{2\sigma^2}} \qquad (1.33)$$

Вносячи ці співвідношення в рівняння (7.26), одержуємо після логарифмування

$$\ln \frac{f'(x_0 / D_1)}{f'(x_0 / D_2)} = -\frac{1}{2\sigma^2}\left[2x_0(\bar{x}_2 - \bar{x}_1) + \bar{x}_1^2 - \bar{x}_2^2\right] = \ln \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1} \qquad (1.34)$$

Із цього рівняння

$$x_0 = \frac{1}{2}\left((\bar{x}_2 + \bar{x}_1) - \frac{\sigma^2}{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}\left(\ln\frac{P_2}{P_1} + \ln\frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1}\right)\right) \qquad (1.35)$$

При $x<x_0$, $x \notin D_1$, $x>x_0$, $x \notin D_2$.

РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ

Завдання 7.1. Пояснимо метод Байеса. Нехай при спостереженні за світловим приладом перевіряються дві ознаки: a_1 – зниження світлового потоку розрядного джерела світла в залежності від часу напрацьовування більш, ніж на 20%° та a_2 - збільшення часу запалювання більш, ніж на 5мс. Припустимо, що для даного типу розрядних джерел світла ці ознаки зв'язані або з несправністю світлотехнічного обладнання (ПРА та інш.) (стан D_1), або з погіршенням зовнішніх умов роботи приладу (стан D_2).

При нормальному стані світлового приладу (стан D_3) ознака a_1 не спостерігається, а ознака a_2 спостерігається в 5% випадків. На підставі статистичних даних відомо, що 80% світлових приладів виробляють ресурс у нормальному стані, 5% світлових приладів мають стан D_1 і 15% - стан D_2. Відомо також, що ознака a_1 зустрічається при стані D_1 в 20%, а при стані D_2 в 40% випадків; ознака при стані D_1 зустрічається в 30%, а при стані D_2 - в 50% випадків. Зведемо ці дані в діагностичну таблицю (табл. 2).

Знайдемо спочатку ймовірності станів світлового приладу, коли виявлені обидві ознаки a_1 і a_2. Для цього, допускаючи ознаки незалежними, застосуємо формулу (12).

Імовірність стану

$$P(D_1 / a_1 a_2) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3}{0{,}05 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3 + 0{,}15 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}5 + 0{,}8 \cdot 0 \cdot 0{,}05} = 0{,}09.$$

Аналогічно одержимо $P(D_2/a_1a_2)$ = 0,91; $P(D_3/a_1a_2)$ = 0 . Визначимо ймовірність станів світлового приладу, якщо обстеження показало, що зниження світлового потоку не спостерігається (ознака a_1 відсутня), але збільшується час запалювання лампи (ознака a_2 спостерігається). Відсутність ознаки a_1 є ознака наявності $\overline{a}_1$ (протилежна подія), причому $P(\overline{a}_1 / D_i) = 1 - P(k_1 / D_i)$. Для розрахунку застосовують також формулу (12), але значення $P(a_1 / D_i)$ у діагностичній таблиці заміняють на $P(\overline{a}_1 / D_i)$. У цьому випадку

$$P(D_1 / \overline{a}_1 a_2) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}3}{0{,}05 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}3 + 0{,}15 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}5 + 0{,}8 \cdot 1 \cdot 0{,}05} = 0{,}12.$$

і аналогічно $P(D_2 / \overline{a}_1 a_2) = 0{,}46$; $P(D_3 / \overline{a}_1 a_2) = 0{,}41$. Обчислимо ймовірності станів у тому випадку, коли обидві ознаки відсутні. Аналогічно попередньому одержимо

$$P(D_1 / \overline{a}_1 \overline{a}_2) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7}{0{,}05 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7 + 0{,}15 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}5 + 0{,}8 \cdot 1 \cdot 0{,}15} = 0{,}03.$$

$$P(D_2 / \overline{a}_1 \overline{a}_2) = 0{,}05; \; P(D_3 / \overline{a}_1 \overline{a}_2) = 0{,}92.$$

Відзначимо, що ймовірності станів D_1 і D_2 відмінні від нуля, тому що розглянуті ознаки не є для них такими, що детермінують. Із проведених розрахунків можемо встановити, що при наявності ознак a_j і a_2 у світловому приладі з імовірністю 0,91 є стан D_j, тобто наявність дефектних або застарілих елементів. При відсутності обох ознак найбільше ймовірно нормальний стан (імовірність 0,92). При відсутності ознаки a_j і наявності ознаки a_2 імовірності станів D_j і D_2 приблизно однакові (0,46 і 0,41) і для уточнення стану світлового приладу потрібне проведення додаткових обстежень.

Завдання 7.2. Діагностика старіння люмінесцентної трубчатої лампи LUMILUX F 4Y 36W/840 здійснюється за величиною світлового потоку. Для справного стану середнє значення становить $\bar{x}_1=5*10^2$ лм/Вт і середньоквадратичне відхилення $\sigma_1 = 2*10^2$. При наявності дефекту деталей (несправний стан) ці значення рівні $\bar{x}_2=12*10^2$ лм/Вт, $\sigma_2 = 3*10^2$. Розподіли передбачаються нормальними.

Потрібно визначити граничне значення світлової віддачі Н, нижче якого джерело світла підлягає зняттю з експлуатації й розбиранню (щоб уникнути небезпечних наслідків). За статистичним даними несправний стан спостерігається в 10% люмінесцентних трубчатих ламп LUMILUX F 4Y 36W/840.

Приймемо, що відношення вартостей пропуску мети й фіктивної тривоги $\frac{C_{12}}{C_{21}}=20$, і відмовимося від «винагороди» правильних рішень $(C_{11} = C_{22} = 0)$.

З умови (4) одержуємо

$$\frac{f(x_0 / D_1)}{f(x_0 / D_2)} = 20\frac{0.1}{0.9} = 2.22$$

Щільності розподілу

$$f(x/D_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{2*2^2}}$$

$$f(x/D_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-12)^2}{2*3^2}}$$

Вносячи ці значення в попередню рівність, одержуємо після логарифмування

$$-\frac{(x_0-5)^2}{8} + \frac{(x_0-12)^2}{18} = \ln\left(\frac{2*2.22}{3}\right)$$

Це рівняння має позитивний корінь x_0 = 7,456.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

З 1000 обстежених світильників з люмінесцентними лампами LUMILUX T5 FH 21W/840HE 900 з них виробили ресурс у справному стані і 100 у несправному.

Всі світильники були обстежені за наступними ознаками:
- час розпалювання лампи;
- температура струмоведучої частини;
- зниження світлового потоку.

У 70% справних світильників загальний час розпалювання джерела світла (ДС) лежав у діапазоні від 2,25 до 2,5 с , в 20% справних світильників – від 2,5 до 3 с і в 10% - >3 с.

У 80% справних світильників зниження світлового потоку зазначено в діапазоні 190-220 лм/Вт, в 10% - у діапазоні 230-380 лм/Вт та у 10% - >380 лм/Вт.

У 90% справних світильників температура струмоведучої частини була в межах норми.

У 80% несправних світильників спостерігався загальний час розпалювання ДС >2,5 мс, в 15% несправних світильників загальний час розпалювання ДС становив 2,5 до 3 с.

У 85% несправних світильників зниження світлового потоку було >380 лм/Вт, в 8% несправних світильників – у діапазоні 230-380 лм/Вт.

У 70% несправних світильників температура струмоведучої частини була вище норми.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 8
МЕТОД МІНІМАЛЬНОГО ЧИСЛА ПОМИЛКОВИХ РІШЕНЬ ТА МЕТОД НАЙБІЛЬШОЇ ПРАВДОПОДІБНОСТІ

Мета роботи: – вивчення методу мінімального числа помилкових рішень для діагностики технічного стану досліджуваних систем і об'єктів;
– вивчення методу найбільшої правдоподібності для діагностики технічного стану досліджуваних систем і об'єктів.

8.1. Метод мінімального числа помилкових рішень

Імовірність помилкового рішення визначається як

$$P_{ОШ} = P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x / D_1) dx + P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f(x / D_2) dx \tag{8.1}$$

З умови екстремуму цієї ймовірності одержимо

$$\frac{dP_{ОШ}}{dx_0} = -P_1 f(x_0 / D_1) + P_2 f(x_0 / D_2) = 0 \tag{8.2}$$

Умова мінімуму дає

$$\frac{d^2 P_{ОШ}}{dx^2{}_0} = -P_1 f'(x_0 / D_1) + P_2 f'(x_0 / D_2) > 0 \tag{8.3}$$

або

$$f'(x_0 / D_1) + f'(x_0 / D_2) < P_2 / P_1 \tag{8.4}$$

Для одномодальних розподілів нерівність (8.4) виконується, і мінімум імовірності помилкового рішення виходить зі співвідношення (8.2)

$$f(x_0 / D_1) + f(x_0 / D_2) = P_2 / P_1 \tag{8.5}$$

де, як і раніше $P_1 = P(D_1)$, $P_2 = P(D_2)$ апріорні ймовірності діагнозів.

Рішення $x \in D_1$ приймається при

$$f(x/D_1)/\,f(x/D_2) > P_2/P_1 \tag{8.6}$$

і $x \in D_2$ при

$$f(x/D_1)/\,f(x/D_2) < P_2/P_1 \tag{8.7}$$

Очевидно, що співвідношення (8.5)-(8.7) є частковим випадком умови мінімального ризику, якщо вартості рішень однакові. Умова вибору граничного значення (2.5) часто називається *умовою Зігерта - Котельникова* (умовою ідеального спостерігача). До цієї умови приводить також метод Байеса. Дійсно, імовірності діагнозів D_1і D_2 для даного значення x (апостеріорні ймовірності) $P(D_1/x) = P(D_1)f(x/D_1)/\,f(x)$; $P(D_2/x) = P(D_2)f(x/D_2)/\,f(x)$.

Рішення $x \in D_1$ приймається при

$$P(D_1/x) > P(D_2/x)$$

або

$$f(x/D_1)/\,f(x/D_2) > P_2/P_1 \tag{8.8}$$

що збігається з рівнянням (8.6).

У завданнях надійності розглянутий метод часто дає «необережні рішення», тому що наслідок помилкових рішень істотно розрізняються між собою. Звичайно ціна пропуску дефекту істотно вище ціни фіктивної тривоги. Якщо зазначені вартості приблизно однакові (для дефектів з обмеженими наслідками, для деяких завдань контролю й ін.), то застосування методу цілком виправдано.

8.2. Метод найбільшої правдоподібності

Метод найбільшої правдоподібності можна розглядати як окремий випадок методу мінімального ризику. Правило рішення приймається наступним чином:

$$x \in D_1 \quad \text{якщо} \quad \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} > 1 \tag{8.9}$$

$$x \in D_2 \quad \text{якщо} \quad \frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} < 1,$$

де x - значення параметра для діагностуємого об'єкту.

Граничне значення знаходиться з умови

$$f(x_0/D_1) = f(x_0/D_2) \tag{8.10}$$

Зіставляючи умови (8.9) і (8.10), легко встановити, що вони збігаються, якщо покласти

$$\frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1} = 1 \tag{8.11}$$

У більшості практичних випадків використається умова (8.11), і тоді для методу найбільшої правдоподібності варто вважати

$$\frac{C_{12}P_2}{C_{21}P_1} = 1 \tag{8.12}$$

Для завдань надійності ймовірність несправного стану звичайно являє собою малу величину, але ціна пропуску дефекту значно більше ціни фіктивної тривоги ($C_{12}>>C_{21}$). Тоді умова (2.12) дає рішення, що не вимагає знання точних значень вартості помилок і якісно відбиває зазначені обставини ($P_2<<P_1$, $C_{12}>>C_{21}$).

РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ

Завдання 8.1. Діагностика запалювання трубчатої лампи LUMILUX F 4Y 36W/840 з електронним ПРА здійснюється за часом запалювання. Для справного стану середнє значення становить $\bar{x}_1$=5 (5мс) і середньоквадратичне відхилення $\sigma_1 = 2$. При наявності дефекту (несправний стан) ці значення рівні $\bar{x}_2$=12, $\sigma_2 = 3$. Розподіли передбачаються нормальними.

Потрібно визначити граничне значення часу запалювання лампи, вище якого джерело світла підлягає зняттю з експлуатації й розбиранню (щоб уникнути небезпечних наслідків). За статистичним даними несправний стан спостерігається в 10% люмінесцентних трубчатих ламп LUMILUX F 4Y 36W/840.

Щільності розподілу

$$f\left(x_0 / D_1\right) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{2*2^2}}$$

$$f\left(x_0 / D_2\right) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-12)^2}{2*3^2}}$$

$$\frac{f\left(x_0 / D_1\right)}{f\left(x_0 / D_2\right)} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$-\frac{\left(x_0-5\right)^2}{8} + \frac{\left(x_0-12\right)^2}{18} = \ln\left(\frac{0{,}1}{0{,}9}\right)$$

Це рівняння має позитивний корінь x_0 = 9,79

Завдання 8.2. Діагностика запалювання трубчатої лампи LUMILUX F 4Y 36W/840 з електронним ПРА здійснюється по часу запалювання. Для справного стану середнє значення становить $\bar{x}_1$=5 (5мс) і середньоквадратичне відхилення $\sigma_1 = 2$. При наявності дефекту (несправний стан) ці значення рівні $\bar{x}_2$=12, $\sigma_2 = 3$. Розподіли передбачаються нормальними.

Потрібно визначити граничне значення часу запалювання лампи, вище якого джерело світла підлягає зняттю з експлуатації й розбиранню (щоб уникнути небезпечних наслідків). За статистичним даними несправний стан спостерігається в 10% люмінесцентних трубчатих ламп LUMILUX F 4Y 36W/840.

Щільності розподілу

$$f\left(x_0 / D_1\right) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{2*2^2}}$$

$$f\left(x_0 / D_2\right) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-12)^2}{2*3^2}}$$

$$-\frac{(x_0-5)^2}{8}+\frac{(x_0-12)^2}{18}=0$$

Це рівняння має позитивний корінь x_0 = 8,14.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 9

МЕТОД МІНІМАКСА ТА МЕТОД НАЙМАНА-ПІРСОНА

Мета роботи: – вивчення методу мінімакса для діагностики технічного стану досліджуваних систем і об'єктів;

– вивчення методу Неймана-Пірсона для діагностики технічного стану досліджуваних систем і об'єктів.

9.1. Метод мінімакса

Метод мінімакса призначений для ситуації, коли відсутні попередні статистичні відомості про ймовірність діагнозів D_1 і D_2. Розглядається «найгірший випадок», тобто найменш сприятливі значення P_1 і P_2, що приводять до найбільшого значення (максимуму) ризику.

Будемо вважати, що величина ризику залежить тепер від x_0 і P_1 (імовірність другого діагнозу $P_2 = 1 - P_1$). Зі співвідношення витікає, що

$$R(x_0,P_1)=C_{11}P_1\int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_1)dx+C_{21}P_1\int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1)dx+ \\ +C_{12}(1-P_1)\int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2)dx+C_{22}(1-P_1)\int_{x_0}^{\infty} f(x/D_2)dx \tag{9.1}$$

Для знаходження екстремума дорівняємо нулю частки похідною по x_0 і P_1. Умова

$$\frac{\partial R}{\partial x_0}=0 \tag{9.2}$$

дає

$$\frac{f'(x_0/D_1)}{f'(x_0/D_2)}=\frac{(C_{12}-C_{22})(1-P_1)}{(C_{21}-C_{11})P_1} \tag{9.3}$$

Із співвідношення

$$\frac{\partial R}{\partial P_1}=0 \tag{9.4}$$

одержуємо

$$C_{21}P_1\int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1)dx+C_{11}P_1\int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_1)dx= \\ =C_{12}\int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2)dx+C_{22}\int_{x_0}^{\infty} f(x/D_2)dx \tag{9.5}$$

Тепер необхідно визначити значення x_0, що задовольняють рівнянням (9.3) і (9.5). Якщо x^*_0 і P^* є коренями зазначених рівнянь, то точка $R\left(x_0^*, P_1^*\right)$ є екстремальною.

Є імовірність показати для одномодальних розподілів, що величина ризику стає мінімаксною (тобто мінімальної серед максимальних значень, викликаних «несприятливою» величиною P_1). Відзначимо, що при $P_1 = 0$ і $P_2 = 1$ ризик ухвалення помилкового рішення відсутній, тому що ситуація не має невизначеності. При $P_1 = 0$ (всі вироби несправні) з умови (4) випливає $x_0 \to -\infty$ й всі об'єкти дійсно зізнаються несправними; при $P_1 = 1$ і $P_2 = 0$ $x_0 \to -\infty$ і відповідно до наявної ситуації всі об'єкти класифікуються як справні.

Для посередніх значень $0 < P_1 < 1$ ризик зростає й при $P_1 = P^*_1$ стає максимальним. За розглянутим методом вибирають величину x_0 таким чином, щоб при найменш сприятливих значеннях P_1 втрати, пов'язані з помилковими рішеннями, були б мінімальними.

Розглянемо процедуру рішення рівнянь (9.3) і (9.5). Спочатку з рівняння (9.5) знайдемо значення x_0, що можна зробити в такий спосіб. Відобразимо рівняння (9.5) у вигляді

$$\varphi\left(x_0\right) = 0 \tag{9.6}$$

де

$$\phi\left(x_0\right) = \left(C_{21} - C_{11}\right)\left[1 - F\left(x_0 / D_1\right)\right] - \left(C_{12} - C_{22}\right)F\left(x_0 / D_2\right) + C_{11} - C_{22} \tag{9.7}$$

Останню рівність можна записати за допомогою функцій розподілу

$$\phi\left(x_0\right) = \left(C_{21} - C_{11}\right)\int\limits_{x_0}^{\infty} f\left(x / D_1\right)dx - \left(C_{12} - C_{22}\right)\int\limits_{-\infty}^{x_0} f\left(x / D_2\right)dx + C_{11} - C_{22}$$

$$F\left(x_0 / D_1\right) = \int\limits_{x_0}^{\infty} f\left(x / D_1\right)dx; \qquad F\left(x_0 / D_2\right) = \int\limits_{-\infty}^{x_0} f\left(x / D_2\right)dx. \tag{9.8}$$

Рівняння (9.6) вирішуємо за методом Ньютона, що зв'язує вихідні $x_{0(n-1)}$ і наступні $x_{0(n)}$ наближення

$$x_{0(n)} = x_{0(n-1)} - \frac{\varphi\left(x_{0(n-1)}\right)}{\dfrac{d\varphi}{dx_0}\left(x_{0(n-1)}\right)} \tag{9.9}$$

Значення похідної

$$\frac{d\varphi}{dx_0} = -\left(C_{21} - C_{11}\right) f\left(x_{0(n-1)} / D_1\right) - \left(C_{12} - C_{22}\right) f\left(x_{0(n-1)} / D_2\right) \tag{9.10}$$

Як перше наближення можна прийняти $x_{0(1)} = \left(\bar{x}_1 + \bar{x}_2\right)/2$, де $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ - середні значення x для розподілу $f(x/D_1)$ і $f(x/D_2)$. При достатній близькості $x_{0(n)}$ і приймаємо $x_0^* = x_{0(n)}$. Далі з рівнняння (9.3) знаходимо найменш сприятливе значення ймовірностей справного P_1^* і P_2^* несправного станів

$$P_1^* = \frac{C_{12} - C_{22}}{C_{12} - C_{22} + \left(C_{21} - C_{11}\right) f\left(x_0^* / D_1\right) / \, f\left(x_0^* / D_2\right)}; \; P_2^* = 1 - P_1^* \qquad (9.11)$$

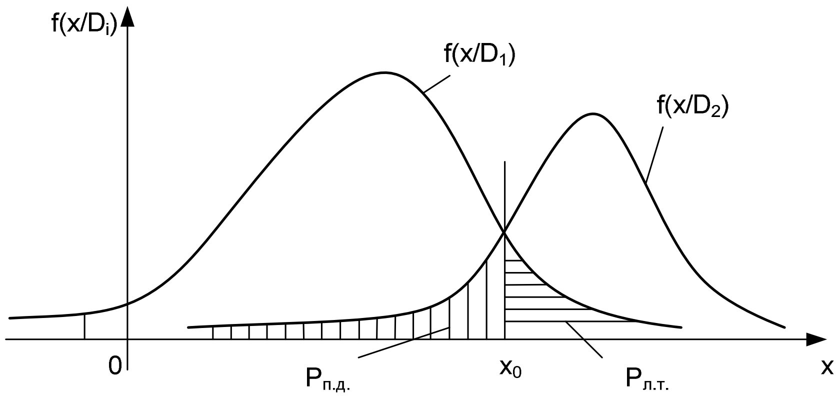

Рис. 9.1. Визначення граничного значення діагностичного параметра за методом мінімакса

Величину ризику визначаємо по рівності (1) при значеннях $x_0 = x_0^*$, $P_1 = P_1$*. Відзначимо деякі випадки, у яких рішення стає досить наочним. Покладемо, що умовні виграші відсутні $C_{11}=C_{22}=0$, а ціни помилок однакові $C_{12} = C_{21}$. Тоді з рівняння (3.5) витікає

$$\int_{x_0}^{\infty} f\left(x / D_1\right) dx = \int_{-\infty}^{x_0} f\left(x / D_2\right) dx \text{ або } F\left(x_0 / D_1\right) + F\left(x_0 / D_2\right) = 1.$$

де $F\left(x_0 / D_1\right)$ й $F\left(x_0 / D_2\right)$ - відповідні функції розподілу. Останнє співвідношення показує рівність умовних ймовірностей помилкових рішень.

На рис. 1 для цього випадку площі $P_{л.т}$ і $P_{п.д}$ рівні. У загальному випадку

$$\frac{P_{л.т}}{P_{п.д}} = \frac{\int_{x_0}^{\infty} f\left(x / D_1\right) dx}{\int_{-\infty}^{x_0} f\left(x / D_2\right) dx} = \frac{C_{12}}{C_{21}} = \frac{\text{Вартість пропуску дефекту}}{\text{Вартість помилкової тривоги}} \qquad (9.12)$$

Залежність (9.12) виражає рівність умовних ризиків помилкових рішень. За допомогою функцій розподілу вона записується у вигляді

$$\frac{1 - F\left(x_0 / D_1\right)}{F\left(x_0 / D_2\right)} = \frac{C_{12}}{C_{21}}. \qquad (9.13)$$

РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ

Завдання 9.1. При експлуатації було встановлено, що в 2-3% світильників загального призначення BRUMBERG N220SER 26W/EVG зустрічаються поломки в результаті підвищених динамічних навантажень. У дефектних світильниках спостерігається підвищена віброперевантаження при частоті, що відповідає частоті руйнування частей кріплення. Були проведені вимірювання вібрацій усієї партії світильників і призначена норма, при підвищенні якої світильник вважається браком. При виборі норми виходили із двох міркувань: число світильників, що знімаються з експлуатації, повинне істотно перевищувати очікуване число дефектних світильників; прийняте значення фіктивної тривоги не повинне порушувати нормальну експлуатацію або приводити до надмірних економічних втрат. Цим умовам задовольняла норма, що приводить до зняття з експлуатації приблизно 10% світильників BRUMBERG N220SER 26W/EVG. Граничне значення x_0 обчислюється з рівняння (3.8)

$$C_{21}\left[1-F\left(x_0/D_1\right)\right]-C_{12}F\left(x_0/D_2\right)=0\,.$$

Для нормального розподілу функції розподіли виражаються за допомогою функцій Лапласа

$$F\left(x_0/D_1\right)=\frac{1}{2}+\Phi\left(\frac{x_0-\bar{x}_1}{\sigma_1}\right)$$

$$F\left(x_0/D_2\right)=\frac{1}{2}+\Phi\left(\frac{x_0-\bar{x}_2}{\sigma_2}\right)$$

де $\Phi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_0^x e^{-\frac{u^2}{2}}du$

Розрахунок проводиться за формулою (3.9). Перше наближення:

$$x_{0(1)}=\left(\bar{x}_1+\bar{x}_2\right)/2=(5+12)/2=8{,}5$$

Друге наближення:

$$x_{0(2)}=x_{0(1)}-\varphi\left(x_{0(1)}\right)/\varphi'\left(x_{0(1)}\right);$$

$$\varphi\left(x_{0(1)}\right)=C_{21}\left[1-F\left(x_{0(1)}/D_1\right)\right]-C_{12}F\left(x_{0(1)}/D_2\right);$$

$$\varphi'\left(x_{0(1)}\right)=-C_{21}f\left(x_{0(1)}/D_1\right)-C_{12}f\left(x_{0(1)}/D_2\right);$$

Значення C_{21} = 1, C_{12} = 20. Розрахунки дають $x_{0(2)}$ = 6,79. При розрахунку використовували таблиці для нормального розподілу. Наступні наближення дали $x_{0(3)}$ = 5,91; $x_{0(4)}$ = 5,72; $x_{0(5)}$ = 5,71. При $З_{21}$ = 1, $З_{12}$ = 1 отримано $x_0(_1)$ = 8,5; $x_0(_2)$ = 7,79; $x_0(_3)$ = 7,80. Значення найбільш несприятливих ймовірностей станів при x_0*=5,71; P_1*=0,61; P_2* =0,39; при x_0* = 7,80; P_1* = 0,93; P_2* = 0,07 .

9.2. Метод Неймана - Пірсона

Оцінки вартості помилок часто невідомі і їх достовірне визначення пов'язане з великими труднощами. Разом з тим ясно, що у всіх випадках бажано при певному (припустимому) рівні однієї з помилок мінімізувати значення іншої. Таким чином центр проблеми переносять на обґрунтований вибір припустимого рівня помилок за допомогою попереднього досвіду або інтуїтивних міркувань.

За методом Неймана - Пірсона мінімізується ймовірність пропуску мети при заданому припустимому рівні ймовірності фіктивної тривоги. Таким чином, імовірність фіктивної тривоги

$$P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x / D_1) dx \leq A \tag{9.14}$$

де А – завданий припустимий рівень імовірності фіктивної тривоги; P_1 – імовірність справного стану.

Відзначимо, що звичайно умову (9.14) відносять до умовної ймовірності фіктивної тривоги (множник P_1 відсутній). У завданнях технічної діагностики значення P_1 і P_2 у більшості випадків відомі за статистичним даними.

З рис. 9.1 видно, що при збільшенні помилки фіктивної тривоги (перетин x_0 переміщається вліво) величина помилки пропуску дефекту зменшується. Її найменше значення буде відповідати знаку рівності в умові (9.14)

$$P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x / D_1) dx = A \tag{3.15}$$

Тепер умова (9.14) однозначно визначає величину x_0 і значення ризику.

Зупинимося на виборі значення *A* — припустимого рівня фіктивної тривоги (ризику зняття з виробництва).

РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАВДАНЬ

Завдання 9.2. При експлуатації було встановлено, що в 2-3% світильників загального призначення BRUMBERG N220SER 26W/EVG зустрічаються пошкодження в результаті підвищених динамічних навантажень. У дефектних світильниках спостерігається підвищена віброперевантаження при частоті, що відповідає частоті руйнування частей кріплення. Був проведений вимір вібрацій усієї партії світильників і призначена норма, при підвищенні якої світильник вважається браком. При виборі норми виходили із двох міркувань: число світильників, що знімаються з експлуатації, повинне істотно перевищувати очікуване число дефектних світильників; прийняте значення фіктивної тривоги не повинне порушувати нормальну експлуатацію або приводити до надмірних економічних втрат. Цим умовам задовольняла норма, що приводить до зняття з експлуатації приблизно 10% світильників BRUMBERG N220SER 26W/EVG.

У практичних завданнях можна приймати

$$A = kP_2 \tag{9.16}$$

де k - коефіцієнт надмірності, що залежить від розв'язної здатності діагностичних засобів, небезпеки дефекту, економічних витрат і інших обставин.

При дефектах з обмеженими наслідками можна приймати

$$k = 3 - 1 \tag{9.17}$$

При небезпечних дефектах - $k = 3 - 10$. Для рідко зустрічаються (P_2<0,01), але вкрай небезпечних дефектів, коефіцієнт надмірності може досягати й більших значень.

У завданнях технічної діагностики можна використати й інший підхід: визначати граничне значення x_0, виходячи з обраної ймовірності пропуску дефекту. У цьому випадку

$$P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f\left(x / D_2\right) dx = B, \tag{9.18}$$

де B — задане значення ймовірності пропуску дефекту.

Важко вказати загальні правила для призначення величини B, вона повинна вибиратися із урахуванням зазначених раніше міркувань. Якщо дефект вкрай небажаний навіть на одиничному виробі, можна приймати

$$B \leq \frac{1}{kN} \tag{9.19}$$

де N - загальне число виробів, що перебувають в експлуатації; k — коефіцієнт надмірності ($1 \leq k < 10$). У всіх випадках для реалізації принципу неможливості малоймовірних подій величина B повинна бути малої (B<0,01). У методі Неймана — Пірсона граничне значення x_0 перебуває з рівняння (2) або (4).

При практичному рішенні подібних рівнянь доцільно використати метод Ньютона, думаючи, наприклад

$$\phi(x_0) = P_1 \int_{x_0}^{\infty} f\left(x / D_1\right) dx - A; \quad \phi'(x_0) = -P_1 f\left(x_0 / D_1\right) \tag{9.20}$$

Завдання 9.3. Діагностика запалювання трубчатої лампи LUMILUX F 4Y 36W/840 з електронним ПРА здійснюється по часу запалювання. Для справного стану середнє значення становить $\bar{x}_1$=5 (5мс) і середньоквадратичне відхилення $\sigma_1 = 2$. При наявності дефекту (несправний стан) ці значення рівні $\bar{x}_2$=12, $\sigma_2 = 3$. Розподіли передбачаються нормальними.

Потрібно визначити граничне значення часу запалювання лампи, вище якого джерело світла підлягає зняттю з експлуатації й розбиранню (щоб уникнути небезпечних наслідків). За статистичним даними несправний стан спостерігається в 10% люмінесцентних трубчатих ламп LUMILUX F 4Y 36W/840.

Проведемо рішення різними методами.

По методу Неймана-Пірсона приймаємо $A = k_2$. Уважаючи наслідки дефекту обмеженими, приймаємо $k = 1$, що дає $A = 0,1$. Думаючи перше наближення $x_{0(1)} = \left(\bar{x}_1 + \bar{x}_2\right)/2 = 8{,}5$,знаходимо друге наближення

$$x_{0(2)} = x_{0(1)} + \frac{P_1\left[1 - F\left(x_{0(1)} / D_1\right)\right] - A}{P_1 f\left(x_{0(1)} / D_1\right)}.$$

Розрахунки дають наступні значення наближень: $x_{0(2)}$= 6,85;

$x_{0(3)}$= 7,36; $x_{0(4)}$= 7,43; $x_{0(5)}$= 7,43.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ (ПР.3.№8,9)

Завдання № 1. Діагностика запалювання трубчатої лампи LUMILUX F 4Y 36W/840 з електронним ПРА здійснюється за часом запалювання. Для справного стану середнє значення становить $\bar{x}_1$=10 (10мс) і середньоквадратичне відхилення $\sigma_1 = 3$. При наявності дефекту (несправний стан) ці значення рівні $\bar{x}_2$=20, $\sigma_2 = 5$. Розподіли передбачаються нормальними.

Потрібно визначити граничне значення часу запалювання лампи, вище якого джерело світла підлягає зняттю з експлуатації.

Визначити граничне значення часу запалювання лампи різними методами:

1. Методом мінімального ризику.
2. Методом мінімального числа помилкових рішень.
3. Методом мінімакса.
4. Методом Неймана-Пірсона.
5. Методом найбільшої правдоподібності.

Розрахувати для всіх методів імовірність фіктивної тривоги, імовірність пропуску мети й середній ризик. Результати звести в таблицю. Зробити висновки.

Додаткова інформація

$$\text{а) } C_{11} = C_{22} = 0;\ \frac{C_{12}}{C_{21}} = 30;\ P_2 = 0{,}05;$$

$$\text{б) } \frac{C_{12}}{C_{21}} = 20;\ \frac{C_{11}}{C_{21}} = \frac{C_{22}}{C_{21}} = -0{,}5;\ P_2 = 0{,}1;$$

$$\text{в) } C_{11} = C_{22} = 0;\ \frac{C_{12}}{C_{21}} = 1;\ P_2 = 0{,}05.$$

Завдання № 2. Діагностика пожежо- та вибухобезпечного світлового приладу здійснюється за загальним рівнем вібрації його корпуса. Установлено, що для справного стану середнє значення вібрації становить $\bar{x}_1$ = 20 мм/с і середньоквадратичне відхилення σ_1 = 7 мм/с. При наявності дефекту, де $\bar{x}_2$ = 45 мм/з, σ_2 = 12 мм/з, розподіли передбачаються нормальними.

Визначити граничне значення загального рівня вібрації різними методами:

1. Методом мінімального ризику.
2. Методом мінімального числа помилкових рішень.
3. Методом мінімакса.
4. Методом Неймана-Пірсона.
5. Методом найбільшої правдоподібності.

Розрахувати для всіх методів імовірність фіктивної тривоги, імовірність пропуску мети й середній ризик. Результати звести в таблицю. Зробити висновки.

Додаткова інформація

а) $C_{11} = C_{22} = 0$; $\dfrac{C_{12}}{C_{21}} = 10$; $P_2 = 0{,}1$;

б) /; /; /;

в) $C_{11} = C_{22} = 0$; $\dfrac{C_{12}}{C_{21}} = 1$; $P_2 = 0{,}1$.

Завдання № 3. Діагностика струмоведучої частини здійснюється за температурою її вузлів. Установлено, що для справного стану середнє значення t^0 струмоведучої частини становить $\bar{x}_1$ = 30°C і середньоквадратичне відхилення σ_1 = 15° C . При наявності підвищеного зношування, де $\bar{x}_2$ = 70° C, σ_2 = 25° C , розподіли передбачаються нормальними.

Визначити граничне значення t^0 різними методами:

1. Методом мінімального ризику.
2. Методом мінімального числа помилкових рішень.
3. Методом мінімакса.
4. Методом Неймана-Пірсона.
5. Методом найбільшої правдоподібності.

Розрахувати для всіх методів імовірність фіктивної тривоги, імовірність пропуску мети й середній ризик. Результати звести в таблицю. Зробити висновки.

Додаткова інформація

а) $C_{11} = C_{22} = 0$; $\dfrac{C_{12}}{C_{21}} = 40$; $P_2 = 0{,}1$;

б) $\dfrac{C_{12}}{C_{21}} = 30$; $\dfrac{C_{11}}{C_{21}} = \dfrac{C_{22}}{C_{21}} = -1$; $P_2 = 0{,}2$;

в) $\dfrac{C_{12}}{C_{21}} = -0{,}5$; $\dfrac{C_{11}}{C_{21}} = \dfrac{C_{22}}{C_{21}} = -1$; $P_2 = 0{,}15$.

Завдання № 4. Діагностика струмоведучої частини світильника MARTINI S10567/008 здійснюється за температурою його струмоведучої частини. Установлено, що для справного стану середнє значення t^0 струмоведучої частини становить $\bar{x}_1$ = 15°C і середньоквадратичне відхилення σ_1 = 5° C . При наявності підвищеного зношування, де $\bar{x}_2$ = 55° C, σ_2 = 15° C , розподіли передбачаються нормальними.

Визначити граничне значення t^0 струмоведучої частини світильника різними методами:

1. Методом мінімального ризику.
2. Методом мінімального числа помилкових рішень.
3. Методом мінімакса.

4. Методом Неймана-Пірсона.
5. Методом найбільшої правдоподібності.

Розрахувати також для всіх методів імовірність фіктивної тривоги, імовірність пропуску мети, і середній ризик. Результати звести в таблицю. Зробити висновки.

Додаткова інформація

а) $C_{11} = C_{22} = 0$; $\dfrac{C_{12}}{C_{21}} = 100$; $P_2 = 0{,}05$;

б) $\dfrac{C_{12}}{C_{21}} = 50$; $\dfrac{C_{11}}{C_{21}} = \dfrac{C_{22}}{C_{21}} = -2$; $P_2 = 0{,}1$;

в) $\dfrac{C_{12}}{C_{21}} = 20$, $\dfrac{C_{11}}{C_{21}} = \dfrac{C_{22}}{C_{21}} = -1$; $P_2 = 0{,}07$

ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНОГО ТА САМОСТІЙНОГО ЗАВДАННЯ

1. Вивчити методичні вказівки й одержати завдання.
2. **Розрахувати** наведені **завдання згідно** вхідних параметрів Вашого **варіанту** (Додаток А).
3. Оформити звіт про практичну роботу.
4. Захистити звіт про практичну роботу при співбесіді з викладачем.

Звіт повинен містити:

1. Мета роботи.
2. Завдання.
3. Основні формули й положення.
4. Розрахунок завдань.
5. Висновки по роботі.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Рыжкин А.А., Слюсарь Б.Н., Шучев К.Г. Основы теории надежности: Учеб. пособие. - Ростов Н/Д: Издательский центр ДГТУ. 2002. - 182 с
2. Кутин В.М., Брейтбурд В.И. Диагностирование электрооборудования электрических систем. Учеб. пособие. – Киев: УМК ВО. – 1991.
3. Ланецкий В.Н. Основы теории надежности, эксплуатации и ремонта радиоэллектронной аппаратуры зенитных ракетных систем. – Харьков: ХВУ, 1998. – 400 с.
4. Голинкевич Т.А. Прикладная теория надежности. - М.: Высшая школа, 1985. - 168с.
5. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных систем. - М.: Энергоатомиздат, 1986. - 564 с.
6. Б.С. Гаспер, И.Н.Липатов. Решение задач по курсу прикладная теория надежности (Учебное пособие) Пермь: ПГТУ. 1998.
7. Гнуденко В.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.А., Математические методы в теории надежности. –М.: Наука, 1965.
8. Байхельт Ф., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход. - М.: Радио и связь, 1988. - 392 с.

Додаток А
ВАРІАНТИ ЗАВДАННЯ
Практичне заняття №1

№п/п	*З*	*Вхідні параметри*
1	**3.1**	N=100, Δt_1=1000год.,Δn_1=50, [t_1;t_2] =[1000-5000]год., Δn_2=17, Δt_3=3000год., Δn_1=28, [t′;t″]=[1000-8000]год.
	3.2	[t′;t″]=9000-23000 год.
	3.3	N=1000, Δt_1=10000год., Δt_2=2000год., N-n(t)=103, t_3=15000год.
	3.4	t_1 =10хв.; t_2=1хв.; t_3 =8хв.; t_4=3хв.; t_5=4хв.
2	**3.1**	N=700, Δt_1=5000год., Δn_1=100, [t_1;t_2] =[5000-10000]год., Δn_2=250, Δt_3=2000год., Δn_1=150, [t′;t″]=[0-10000]год.
	3.2	[t′;t″]=3000-25000 год.
	3.3	N=5000, Δt_1=5000год., Δt_2=1000год., N-n(t)=505, t_3=10000год.
	3.4	t_1 =1хв.; t_2=5хв.; t_3 =5хв.; t_4=2хв.; t_5=4хв.
3	**3.1**	N=1000, Δt_1=3000год., Δn_1=150, [t_1;t_2] =[3000-8000]год., Δn_2=200, Δt_3=4000год., Δn_1=80, [t′;t″]=[3000-12000]год.
	3.2	[t′;t″]=3000-32000 год.
	3.3	N=1500, Δt_1=500год., Δt_2=100год., N-n(t)=350, t_3=2000год.
	3.4	t_1 =10хв.; t_2=15хв.; t_3 =5хв.; t_4=12хв.; t_5=7хв.
4	**3.1**	N=25, Δt_1=100год., Δn_1=7, [t_1;t_2] =[100-800]год., Δn_2=2, Δt_3=500год., Δn_1=6, [t′;t″]=[0-1400]год.
	3.2	[t′;t″]=0-14000 год.
	3.3	N=2000, Δt_1=3000год., Δt_2=3000год., N-n(t)=500, t_3=8000год.
	3.4	t_1 =2хв.; t_2=0.5хв.; t_3 =1хв.; t_4=3хв.; t_5=3хв.
5	**3.1**	N=90, Δt_1=1000год., Δn_1=1, [t_1;t_2] =[1000-1500]год., Δn_2=25, Δt_3=500год., Δn_1=8, [t′;t″]=[0-2000]год.
	3.2	[t′;t″]=14000-23000 год.
	3.3	N=1000, Δt_1=2500год., Δt_2=500год., N-n(t)=110, t_3=4000год.
	3.4	t_1 =6хв.; t_2=10хв.; t_3 =18хв.; t_4=7хв.; t_5=8хв.
6	**3.1**	N=300, Δt_1=17тис.год., Δn_1=28, [t_1;t_2] =[17-20] тис. год., Δn_2=12, Δt_3=7000год., Δn_1=15, [t′;t″]=[1000-8000]год.
	3.2	[t′;t″]=9000-25000 год.
	3.3	N=800, Δt_1=2000год., Δt_2=5000год., N-n(t)=35, t_3=10000год.
	3.4	t_1 =9хв.; t_2=7хв.; t_3 =2хв.; t_4=8хв.; t_5=4хв.
7	**3.1**	N=1000, Δt_1=3000год., Δn_1=15, [t_1;t_2] =[3000-8000]год., Δn_2=18, Δt_3=4000год., Δn_1=37, [t′;t″]=[3000-12000]год.
	3.2	[t′;t″]=21000-28000 год.
	3.3	N=2500, Δt_1=1000год., Δt_2=8000год., N-n(t)=705, t_3=15000год.
	3.4	t_1 =5хв.; t_2=4хв.; t_3 =1хв.; t_4=5хв.; t_5=3хв.
8	**3.1**	N=250, Δt_1=5000год., Δn_1=70, [t_1;t_2] =[5000-10000]год., Δn_2=57, Δt_3=2000год., Δn_1=50, [t′;t″]=[5000-12000]год.
	3.2	[t′;t″]=21000-32000 год.
	3.3	N=1500, Δt_1=1000год., Δt_2=5000год., N-n(t)=200, t_3=20000год.
	3.4	t_1 =12хв.; t_2=18хв.; t_3 =9хв.; t_4=1хв.; t_5=15хв.
9	**3.1**	N=600, Δt_1=1000год., Δn_1=280, [t_1;t_2] =[1000-5000]год., Δn_2=103, Δt_3=3000год., Δn_1=69, [t′;t″]=[1000-8000]год.
	3.2	[t′;t″]=0-32000 год.
	3.3	N=500, Δt_1=1000год., Δt_2=800год., N-n(t)=70, t_3=2000год.
	3.4	t_1 =4хв.; t_2=2хв.; t_3 =2хв.; t_4=1хв.; t_5=6хв.
10	**3.1**	N=70, Δt_1=850год., Δn_1=30, [t_1;t_2] =[850-1200]год., Δn_2=3, Δt_3=800год.Δn_1=6, [t′;t″]=[850-2000]год.
	3.2	[t′;t″]=21000-32000 год.
	3.3	N=3500, Δt_1=1500год., Δt_2=3000год., N-n(t)=950, t_3=5000год.
	3.4	t_1 =9хв.; t_2=7хв.; t_3 =12хв.; t_4=3хв.; t_5=5хв.
11	**3.1**	N=100, Δt_1=1000год., Δn_1=50, [t_1;t_2] =[1000-3000]год., Δn_2=15, Δt_3=3000год., Δn_1=30, [t′;t″]=[1000-6000]год.
	3.2	[t′;t″]=14000-28000 год.
	3.3	N=1500, Δt_1=1000год., Δt_2=7000год., N-n(t)=28, t_3=9000год.
	3.4	t_1 =8хв.; t_2=17хв.; t_3 =7хв.; t_4=12хв.; t_5=3хв.

Продовження табл.

12	**3.1**	N=70, Δt_1=1000год., Δn_1=20, [t_1;t_2] =[1000-1500]год., Δn_2=9, Δt_3=500год., Δn_1=10, [t′;t″]=[1000-2000]год.
	3.2	[t′;t″]=3000-23000 год.
	3.3	N=800, Δt_1=500год., Δt_2=100год., N-n(t)=50, t_3=1000год.
	3.4	t_1 =0.5хв.; t_2=1.5хв.; t_3 =5хв.; t_4=2хв.; t_5=0.5хв.
13	**3.1**	N=100, Δt_1=5000год., Δn_1=15, [t_1;t_2] =[5000-6000]год., Δn_2=5, Δt_3=3000год., Δn_1=17, [t′;t″]=[5000-9000]год.
	3.2	[t′;t″]=9000-25000 год.
	3.3	N=3000, Δt_1=5000год., Δt_2=3000год., N-n(t)=950, t_3=10000год.
	3.4	t_1 =20хв.; t_2=18хв.; t_3 =15хв.; t_4=19хв.; t_5=17хв.
14	**3.1**	N=25, Δt_1=800год., Δn_1=4, [t_1;t_2] =[800-1000]год., Δn_2=1, Δt_3=500год.Δn_1=0, [t′;t″]=[0-1000]год.
	3.2	[t′;t″]=3000-21000 год.
	3.3	N=1500, Δt_1=8000год., Δt_2=10000год., N-n(t)=95, t_3=25000год.
	3.4	t_1 =7хв.; t_2=20хв.; t_3 =3хв.; t_4=10хв.; t_5=7хв.
15	**3.1**	N=400, Δt_1=4000.год., Δn_1=56, [t_1;t_2] =[4000-7000]год., Δn_2=70, Δt_3=1000год., Δn_1=80, [t′;t″]=[4000-8000]год.
	3.2	[t′;t″]=0-14000 год.
	3.3	N=700, Δt_1=3000год., Δt_2=500год., N-n(t)=15, t_3=5000год.
	3.4	t_1 =15хв.; t_2=1хв.; t_3 =7хв.; t_4=6хв.; t_5=9хв.

Практичне заняття №2

№п/п	***З***	***Вхідні параметри***
1	**3.1**	N=500, Δt_1=5000год.,Δn_1=102, Δt_2=8000год., $\lambda=10^{-6}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=7000год., P(t)=75%, Δt_2=2000год., N=800, $\Delta n(t)$=65
	3.3	Δt_1=1000год., f(t)=$5*10^{-6}$ 1/год. , Δt_2=3000год., P(t)=60%
	3.4	Δt_1=400год., P(t)=95%, Δt_2=1500год., m_t=5000год, σ_t=3000год.
2	**3.1**	N=10000, Δt_1=30000год.,Δn_1=720, Δt_2=5000год., $\lambda=10^{-4}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=6000год., P(t)=45%, Δt_2=8000год., N=1500, $\Delta n(t)$=350
	3.3	Δt_1=5000год., f(t)=$2*10^{-5}$ 1/год. , Δt_2=10000год., P(t)=85%
	3.4	Δt_1=7000год., P(t)=98%, Δt_2=8000год., m_t=15000год, σ_t=5000год.
3	**3.1**	N=5000, Δt_1=200год.,Δn_1=15, Δt_2=300год., $\lambda=7*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=1000год., P(t)=0,8, Δt_2=3000год., N=400, $\Delta n(t)$=125
	3.3	Δt_1=50000год., f(t)=$14*10^{-4}$ 1/год., Δt_2=25000год., P(t)=70%
	3.4	Δt_1=40000год., P(t)=91%, Δt_2=23000год., m_t=50000год, σ_t=8000год.
4	**3.1**	N=13000, Δt_1=15000год.,Δn_1=2500, Δt_2=7000год., $\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=6000год., P(t)=0,5, Δt_2=1000год., N=500, $\Delta n(t)$=130
	3.3	Δt_1=11000год., f(t)=$8*10^{-5}$ 1/год., Δt_2=4500год., P(t)=95%
	3.4	Δt_1=17000год., P(t)=65%, Δt_2=15000год., m_t=20000год, σ_t=5000год.
5	**3.1**	N=1500, Δt_1=150год.,Δn_1=450, Δt_2=300год., $\lambda=9*10^{-7}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=18000год., P(t)=57%, Δt_2=9000год., N=2500, $\Delta n(t)$=700
	3.3	Δt_1=1300год., f(t)=$2*10^{-5}$ 1/год., Δt_2=2500год., P(t)=0,82
	3.4	Δt_1=21000год., P(t)=89%, Δt_2=28000год., m_t=35000год, σ_t=9000год.
6	**3.1**	N=15000, Δt_1=15000год.,Δn_1=2500, Δt_2=7000год., $\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=1000год., P(t)=0,8, Δt_2=3000год., N=400, $\Delta n(t)$=125
	3.3	Δt_1=1300год., f(t)=$6*10^{-5}$ 1/год., Δt_2=2500год., P(t)=0,87
	3.4	Δt_1=17000год., P(t)=49%, Δt_2=15000год., m_t=20000год, σ_t=5000год.
7	**3.1**	N=4500, Δt_1=150год.,Δn_1=650, Δt_2=300год., $\lambda=6*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=6000год., P(t)=89%, Δt_2=8000год., N=1500, $\Delta n(t)$=550
	3.3	Δt_1=1000год., f(t)=$3*10^{-5}$ 1/год., Δt_2=5000год., P(t)=90%
	3.4	Δt_1=15000год., P(t)=70%, Δt_2=7000год., m_t=15000год, σ_t=5000год.
8	**3.1**	N=300, Δt_1=5000год.,Δn_1=75, Δt_2=2000год., $\lambda=4*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=8000год., P(t)=0,88, Δt_2=4000год., N=5000, $\Delta n(t)$=1500
	3.3	Δt_1=7000год., f(t)=$3*10^{-5}$ 1/год., Δt_2=7000год., P(t)=85%
	3.4	Δt_1=11500год., P(t)=78%, Δt_2=5100год., m_t=17000год, σ_t=2000год.
9	**3.1**	N=8000, Δt_1=27000год.,Δn_1=1200, Δt_2=15000год., $\lambda=9*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=3000год., P(t)=0,56, Δt_2=4000год., N=600, $\Delta n(t)$=55
	3.3	Δt_1=4000год., f(t)=$8*10^{-5}$ 1/год., Δt_2=5000год., P(t)=80%
	3.4	Δt_1=3000год., P(t)=57%, Δt_2=5000год., m_t=4000год, σ_t=1000год.

Продовження табл.

10	**3.1**	N=5000, Δt_1=4000год.,Δn_1=900, Δt_2=5000год., $\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=6000год., P(t)=45%, Δt_2=8000год., N=1500, Δn(t)=350
	3.3	Δt_1=10000год., f(t)=8*10^{-5} 1/год., Δt_2=3000год., P(t)=70%
	3.4	Δt_1=3000год., P(t)=78%, Δt_2=5000год., m_t=8000год, σ_t=3000год.
11	**3.1**	N=5000, Δt_1=800год.,Δn_1=490, Δt_2=1300год., $\lambda=5*10^{-6}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=7500год., P(t)=0,92, Δt_2=7000год., N=3000, Δn(t)=400
	3.3	Δt_1=9000год., f(t)=7*10^{-4} 1/год., Δt_2=6000год., P(t)=94%
	3.4	Δt_1=5000год., P(t)=69%, Δt_2=11000год., m_t=15000год, σ_t=3000год.
12	**3.1**	N=4000, Δt_1=1000год.,Δn_1=1300, Δt_2=9000год., $\lambda=4*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=7000год., P(t)=69%, Δt_2=10000год., N=5000, Δn(t)=240
	3.3	Δt_1=1000год., f(t)=7*10^{-5} 1/год., Δt_2=5000год., P(t)=49%
	3.4	Δt_1=5000год., P(t)=93%, Δt_2=7000год., m_t=10000год, σ_t=2000год.
13	**3.1**	N=7000, Δt_1=15000год.,Δn_1=2500, Δt_2=5000год., $\lambda=3*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=7000год., P(t)=0,69, Δt_2=1000год., N=2000, Δn(t)=380
	3.3	Δt_1=2000год., f(t)=1*10^{-5} 1/год., Δt_2=3000год., P(t)=70%
	3.4	Δt_1=3000год., P(t)=95%, Δt_2=6000год., m_t=8000год, σ_t=4000год.
14	**3.1**	N=6000, Δt_1=5000год.,Δn_1=750, Δt_2=5000год., $\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=6000год., P(t)=0,92, Δt_2=7000год., N=500, Δn(t)=75
	3.3	Δt_1=9000год., f(t)=12*10^{-5} 1/год., Δt_2=4500год., P(t)=85%
	3.4	Δt_1=7000год., P(t)=98%, Δt_2=5000год., m_t=9000год, σ_t=1000год.
15	**3.1**	N=3000, Δt_1=8000год.,Δn_1=140, Δt_2=13000год., $\lambda=2*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=7500год., P(t)=0,92, Δt_2=7000год., N=3000, Δn(t)=400
	3.3	Δt_1=10000год., f(t)=8*10^{-5} 1/год., Δt_2=3000год., P(t)=79%
	3.4	Δt_1=10000год., P(t)=93%, Δt_2=20000год., m_t=15000год, σ_t=5000год.

Практичне заняття №3

№п/п	*З*	*Вхідні параметри*
1	**3.1**	Δt_1=5000год., P(t)=60%, Δt_2=8000год., $\lambda=10^{-6}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=7000год., a=2,7*10^{-3}, q(t)= 40%, Δt_2=2000год., P(t)=75%,
	3.3	Δt_1=1000год., q(t)= 40%, Δt_2=2000год., a=2,7*10^{-3}, k=2
	3.4	Δt_1=1000год., q_1(t)=27%, Δt_2=3000год., f(t)=5*10^{-6} 1/год., q_2(t)=40%
2	**3.1**	Δt_1=30000год., P(t)=85%, Δt_2=5000год., $\lambda=10^{-4}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=6000год., a=3,1*10^{-3}, q(t)= 20%, Δt_2=8000год., P(t)=45%
	3.3	Δt_1=5000год., q(t)= 20%, Δt_2=8000год., a=3,1*10^{-3}, k=3
	3.4	Δt_1=5000год., q_1(t)=45%, Δt_2=10000год., f(t)=2*10^{-5} 1/год., q_2(t)=17%
3	**3.1**	Δt_1=200год., P(t)=70%, Δt_2=300год., $\lambda=7*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=1000год., a=4,85*10^{-5}, q(t)= 35%, Δt_2=3000год., P(t)=0,8
	3.3	Δt_1=50000год., q(t)= 35%, Δt_2=3000год., a=4,85*10^{-5}, k=4
	3.4	Δt_1=50000год., q_1(t)=30%, Δt_2=25000год., f (t)=14*10^{-4} 1/год., q_2(t)=30%
4	**3.1**	Δt_1=15000год., P(t)=95%, Δt_2=7000год., $\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=6000год., a=7*10^{-5}, q(t)= 18%, Δt_2=1000год., P(t)=0,5
	3.3	Δt_1=11000год, q(t)= 18%, Δt_2=1000год., a=7*10^{-5}, k=2,5
	3.4	Δt_1=11000год., q_1(t)=24%, Δt_2=4500год., f(t)=8*10^{-5} 1/год., P(t)=5%
5	**3.1**	Δt_1=150год., P(t)=0,82, Δt_2=300год., $\lambda=9*10^{-7}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=18000год., a=4*10^{-3}, q(t)= 25%, Δt_2=9000год., P(t)=57%
	3.3	Δt_1=1300год., q(t)= 25%, Δt_2=9000год., a=4*10^{-3}, k=1,5
	3.4	Δt_1=1300год., q_1(t)=28%, Δt_2=2500год., f(t)=2*10^{-5} 1/год., P(t)=0,09
6	**3.1**	Δt_1=15000год., P(t)=0,87, Δt_2=7000год., $\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=1000год., a=5,2*10^{-3}, q(t)= 42%, Δt_2=3000год., P(t)=0,8
	3.3	Δt_1=1300год., q(t)= 42%, Δt_2=3000год., a=5,2*10^{-3}, k=4
	3.4	Δt_1=1300год., q_1(t)=27%, Δt_2=2500год., f(t)=6*10^{-5} 1/год., q_2(t)=0,14
7	**3.1**	Δt_1=150год., P(t)=90%, Δt_2=300год., $\lambda=6*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=6000год., a=1*10^{-6}, q(t)= 17%, Δt_2=8000год., P(t)=89%
	3.3	Δt_1=1000год., q(t)= 17%, Δt_2=8000год., a=1*10^{-6}, k=0,5
	3.4	Δt_1=1000год., q_1(t)=35%, Δt_2=5000год., f(t)=3*10^{-5} 1/год., q_2(t)=10%

Продовження табл.

8	**3.1**	Δt_1=5000год., P(t)=85%, Δt_2=2000год., $\lambda=4*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=8000год., a=$3,5*10^{-6}$, q(t)= 25%, Δt_2=4000год., P(t)=0,88
	3.3	Δt_1=7000год., q(t)= 25%, Δt_2=4000год., a=$3,5*10^{-6}$, k=2
	3.4	Δt_1=7000год., q_1(t)=45%, Δt_2=7000год., f(t)=$3*10^{-5}$ 1/год., q_2(t)=15%
9	**3.1**	Δt_1=27000год., P(t)=80%, Δt_2=15000год., $\lambda=9*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=3000год., a=$3,5*10^{-5}$, q(t)= 20%, Δt_2=4000год., P(t)=0,56
	3.3	Δt_1=4000год., q(t)= 20%, Δt_2=4000год., a=$3,5*10^{-5}$, k=2,5
	3.4	Δt_1=4000год., q_1(t)=40%, Δt_2=5000год., f(t)=$8*10^{-5}$ 1/год., q_2(t)=20%
10	**3.1**	Δt_1=4000год., P(t)=70%, Δt_2=5000год., $\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=6000год., a=$2,75*10^{-4}$, q(t)= 51%, Δt_2=8000год., P(t)=45%
	3.3	Δt_1=10000год., q(t)= 51%, Δt_2=8000год., a=$2,75*10^{-6}$, k=4
	3.4	Δt_1=10000год., q_1(t)=35%, Δt_2=3000год., f(t)=$8*10^{-5}$ 1/год., q_2(t)=10%
11	**3.1**	Δt_1=800год., P(t)=94%, Δt_2=1300год., $\lambda=5*10^{-6}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=7500год., a=$1,85*10^{-3}$, q(t)= 20%, Δt_2=7000год., P(t)=0,92
	3.3	Δt_1=9000год., q(t)= 20%, Δt_2=7000год., a=$1,85*10^{-3}$, k=1,15
	3.4	Δt_1=9000год., q_1(t)=7%, Δt_2=6000год., f(t)=$7*10^{-4}$ 1/год., q_2(t)=14%
12	**3.1**	Δt_1=1000год., P(t)=49%, Δt_2=9000год., $\lambda=4*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=7000год., a=$2,5*10^{-3}$, q(t)= 32%, Δt_2=10000год., P(t)=69%
	3.3	Δt_1=1000год., q(t)= 32%, Δt_2=10000год., a=$2,5*10^{-3}$, k=2
	3.4	Δt_1=1000год., q_1(t)=33%, Δt_2=5000год., f(t)=$7*10^{-5}$ 1/год., q_2(t)=19%
13	**3.1**	Δt_1=15000год., P(t)=70%, Δt_2=5000год., $\lambda=3*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=7000год., a=$1,9*10^{-4}$, q(t)= 20%, Δt_2=1000год., P(t)=0,69
	3.3	Δt_1=2000год., q(t)= 20%, Δt_2=1000год., a=$1,9*10^{-4}$, k=1,5
	3.4	Δt_1=2000год., q_1(t)=25%, Δt_2=3000год., f(t)=$1*10^{-5}$ 1/год., q_2(t)=30%
14	**3.1**	Δt_1=5000год., P(t)=85%, Δt_2=5000год., $\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=6000год., a=$2,3*10^{-3}$, q(t)= 27%, Δt_2=7000год., P(t)=0,92
	3.3	Δt_1=9000год., q(t)= 27%, Δt_2=7000год., a=$2,3*10^{-3}$, k=1,9
	3.4	Δt_1=9000год., q_1(t)=22%, Δt_2=4500год., f(t)=$12*10^{-5}$ 1/год., q_2(t)=15%
15	**3.1**	Δt_1=8000год., P(t)=79%, Δt_2=13000год., $\lambda=2*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	Δt_1=7500год., a=$4,2*10^{-4}$, q(t)= 40%, Δt_2=7000год., P(t)=0,92
	3.3	Δt_1=10000год., q(t)= 40%, Δt_2=7000год., a=$4,2*10^{-4}$, k=3
	3.4	Δt_1=10000год.,q_1(t)=12%, Δt_2=3000год., f(t)=$8*10^{-5}$ 1/год., q_2(t)=19%

Практичне заняття №4

№п/п	***З***	***Вхідні параметри***
1	**3.1-3.2**	N=500, t=5000год.,$\lambda_{(ср)}=10^{-6}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=10000 год., m_{t2}=8000 год., m_{t3}=5000 год., m_{t4}=10000 год., m_{t5}=6000 год.
	3.4	t=400год., P_1(t)=95%, P_2(t)=80%, P_3(t)=75%, P_4(t)=65%
2	**3.1-3.2**	N=10000, t=30000год., $\lambda_{(ср)}=10^{-4}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=1000 год., m_{t2}=3000 год., m_{t3}=1500 год., m_{t4}=2000 год., m_{t5}=4000 год.
	3.4	t=7000год., P_1(t)=98%, P_2(t)=73%, P_3(t)=55%, P_4(t)=89%
3	**3.1-3.2**	N=5000, t=200год., $\lambda_{(ср)}=7*10^{-5}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=7000 год., m_{t2}=9000 год., m_{t3}=10000 год., m_{t4}=7500 год., m_{t5}=9500 год.
	3.4	t=40000год., P(t)=91%, P_2(t)=83%, P_3(t)=90%, P_4(t)=79%
4	**3.1-3.2**	N=13000, t=15000год., $\lambda_{(ср)}=10^{-5}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=5000 год., m_{t2}=8000 год., m_{t3}=5000 год., m_{t4}=2000 год., m_{t5}=17000 год.
	3.4	t=17000год., P(t)=65%, P_2(t)=60%, P_3(t)=50%, P_4(t)=84%
5	**3.1-3.2**	N=1500, t=150год., $\lambda_{(ср)}=9*10^{-7}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=11000 год., m_{t2}=15000 год., m_{t3}=14500 год., m_{t4}=10000 год., m_{t5}=12000 год.
	3.4	t=21000год., P(t)=89%, P_2(t)=90%, P_3(t)=95%, P_4(t)=87%
6	**3.1-3.2**	N=15000, t=15000год., $\lambda_{(ср)}=10^{-5}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=3000 год., m_{t2}=3500 год., m_{t3}=2500 год., m_{t4}=1500 год., m_{t5}=3000 год.
	3.4	t=17000год., P(t)=49%, P_2(t)=60%, P_3(t)=51%, P_4(t)=47%
7	**3.1-3.2**	N=4500, t=150год., $\lambda_{(ср)}=6*10^{-4}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=20000 год., m_{t2}=25000 год., m_{t3}=3700 год., m_{t4}=40000 год., m_{t5}=52000 год.
	3.4	t=15000год., P(t)=70%, P_2(t)=80%, P_3(t)=75%, P_4(t)=80%

Продовження табл.

8	**3.1-3.2**	N=300, t=5000год., $\lambda_{(ср)}=4*10^{-5}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=8000 год., m_{t2}=5000 год., m_{t3}=4000 год., m_{t4}=9000 год., m_{t5}=12000 год.
	3.4	t=11500год., P(t)=78%, $P_2(t)$=85%, $P_3(t)$=87%, $P_4(t)$=87%
9	**3.1-3.2**	N=8000, t=27000год., $\lambda_{(ср)}=9*10^{-4}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=7000 год., m_{t2}=2500 год., m_{t3}=4000 год., m_{t4}=3000 год., m_{t5}=2000 год.
	3.4	t=3000год., P(t)=57%, $P_2(t)$=60%, $P_3(t)$=65%, $P_4(t)$=57%
10	**3.1-3.2**	N=5000, t=4000год., $\lambda_{(ср)}=10^{-5}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=1000 год., m_{t2}=500 год., m_{t3}=900 год., m_{t4}=750 год., m_{t5}=1000 год.
	3.4	t=3000год., P(t)=78%, $P_2(t)$=83%, $P_3(t)$=85%, $P_4(t)$=77%
11	**3.1-3.2**	N=5000, t=800год., $\lambda_{(ср)}=5*10^{-6}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=17000 год., m_{t2}=9000 год., m_{t3}=21000 год., m_{t4}=19000 год., m_{t5}=15000 год.
	3.4	t=5000год., P(t)=69%, $P_2(t)$=90%, $P_3(t)$=95%, $P_4(t)$=87%
12	**3.1-3.2**	N=4000, t=1000год., $\lambda_{(ср)}=4*10^{-4}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=110 год., m_{t2}=150 год., m_{t3}=145 год., m_{t4}=100 год., m_{t5}=120 год.
	3.4	t=5000год., P(t)=93%, $P_2(t)$=95%, $P_3(t)$=85%, $P_4(t)$=97%
13	**3.1-3.2**	N=7000, t=15000год., $\lambda_{(ср)}=3*10^{-5}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=12000 год., m_{t2}=16000 год., m_{t3}=17500 год., m_{t4}=13000 год., m_{t5}=15000 год.
	3.4	t=3000год., P(t)=95%, $P_2(t)$=95%, $P_3(t)$=91%, $P_4(t)$=93%
14	**3.1-3.2**	N=6000, t=5000год., $\lambda_{(ср)}=10^{-5}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=6000 год., m_{t2}=5000 год., m_{t3}=100 год., m_{t4}=3000 год., m_{t5}=5000 год.
	3.4	t=7000год., P(t)=98%, $P_2(t)$=99%, $P_3(t)$=95%, $P_4(t)$=88%
15	**3.1-3.2**	N=3000, t=8000год., $\lambda_{(ср)}=2*10^{-5}$ 1/год.
	3.3	m_{t1}=4000 год., m_{t2}=1000 год., m_{t3}=700 год., m_{t4}=6000 год., m_{t5}=2000 год.
	3.4	t=10000год., P(t)=93%, $P_2(t)$=90%, $P_3(t)$=95%, $P_4(t)$=99%

Практичне заняття №5

№п/п	***З***	***Вхідні параметри***
1	**3.1**	$\lambda_1=10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=3*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_3=5*10^{-6}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=3*10^{-6}$ 1/год., Δt=t=400год.
	3.3	t_1=7000год., P(t)=75%, N=800
	3.4	$\lambda_1=10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=3*10^{-6}$ 1/год., t=400год.
2	**3.1**	$\lambda_1=2*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=7*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_3=4*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=2*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=7*10^{-5}$ 1/год., Δt=t=7000год.
	3.3	t_1=6000год., P(t)=45%, N=1500
	3.4	$\Lambda_1=2*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=7*10^{-5}$ 1/год., t=7000год.
3	**3.1**	$\lambda_1=1,5^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=1,3*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_3=0,5*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	$\lambda_1=1,5^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=1,3*10^{-4}$ 1/год.,Δt=t=40000год.
	3.3	t_1=1000год., P(t)=0,8, N=400
	3.4	$\lambda_1=1,5^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=1,3*10^{-4}$ 1/год.,t=40000год.
4	**3.1**	$\lambda_1=4,5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=4*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_3=5,5*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=4,5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=4*10^{-5}$ 1/год., Δt=t=17000год.
	3.3	t_1=6000год., P(t)=0,5, N=500
	3.4	$\Lambda_1=4,5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=4*10^{-5}$ 1/год., t=17000год.
5	**3.1**	$\lambda_1=12*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=9*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_3=14*10^{-6}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=12*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=9*10^{-6}$ 1/год., Δt=t=21000год.
	3.3	t_1=18000год., P(t)=57%, N=2500
	3.4	$\Lambda_1=12*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=9*10^{-6}$ 1/год.,t=21000год.
6	**3.1**	$\lambda_1=0,2*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=0,5*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_3=1,1*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=0,2*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=0,5*10^{-4}$ 1/год., Δt=t=17000год.
	3.3	t_1=1000год., P(t)=0,8, N=400
	3.4	$\Lambda_1=0,2*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=0,5*10^{-4}$ 1/год., t=17000год.
7	**3.1**	$\lambda_1=6*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=4,5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_3=7,5*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=6*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=4,5*10^{-5}$ 1/год., Δt=t=15000год.
	3.3	t_1=6000год., P(t)=89%, N=1500
	3.4	$\Lambda_1=6*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=4,5*10^{-5}$ 1/год., t=15000год.

Продовження табл.

8	**3.1**	$\lambda_1=18*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=13{,}5*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_3=20*10^{-6}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=18*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=13{,}5*10^{-6}$ 1/год., $\Delta t=t=11500$год.
	3.3	$t_1=8000$год., P(t)=0,88, N=5000
	3.4	$\Lambda_1=18*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=13{,}5*10^{-6}$ 1/год., t=11500год.
9	**3.1**	$\lambda_1=9*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=3*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_3=8*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=9*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=3*10^{-4}$ 1/год., $\Delta t=t=3000$год.
	3.3	$t_1=3000$год., P(t)=0,56, N=600
	3.4	$\Lambda_1=9*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=3*10^{-4}$ 1/год., t=3000год.
10	**3.1**	$\lambda_1=2{,}3*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=0{,}7*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_3=2{,}5*10^{-6}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=2{,}3*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=0{,}7*10^{-6}$ 1/год., $\Delta t=t=3000$год.
	3.3	$t_1=6000$год., P(t)=45%, N=1500
	3.4	$\Lambda_1=2{,}3*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=0{,}7*10^{-6}$ 1/год., t=3000год.
11	**3.1**	$\lambda_1=3*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_3=8{,}9*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=3*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=5*10^{-5}$ 1/год., $\Delta t=t=5000$год.
	3.3	$t_1=7500$год., P(t)=0,92, N=3000
	3.4	$\Lambda_1=3*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=5*10^{-5}$ 1/год., t=5000год.
12	**3.1**	$\lambda_1=12*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=9*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_3=15{,}5*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=12*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=9*10^{-4}$ 1/год., $\Delta t=t=5000$год.
	3.3	$t_1=7000$год., P(t)=69%, N=5000
	3.4	$\Lambda_1=12*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=9*10^{-4}$ 1/год., t=5000год.
13	**3.1**	$\lambda_1=9*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=6*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_3=8{,}5*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=9*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=6*10^{-5}$ 1/год., $\Delta t=t=3000$год.
	3.3	$t_1=7000$год., P(t)=0,69, N=2000
	3.4	$\Lambda_1=9*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=6*10^{-5}$ 1/год., t=3000год.
14	**3.1**	$\lambda_1=0{,}5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=0{,}9*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_3=2{,}1*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=0{,}5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=0{,}9*10^{-5}$ 1/год., $\Delta t=t=7000$год.
	3.3	$t_1=6000$год., P(t)=0,92, N=500
	3.4	$\Lambda_1=0{,}5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=0{,}9*10^{-5}$ 1/год., t=7000год.
15	**3.1**	$\lambda_1=5{,}5*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=7{,}8*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_3=4*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	$\Lambda_1=5{,}5*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=7{,}8*10^{-4}$ 1/год., $\Delta t=t=10000$год.
	3.3	$t_1=7500$год., P(t)=0,92, N=3000
	3.4	$\Lambda_1=5{,}5*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=7{,}8*10^{-4}$ 1/год., t=10000год.

Практичне заняття №6

№п/п	***З***	***Вхідні параметри***
1	**3.1**	$\lambda=10^{-6}$ 1/год.
	3.2	$t_1=7000$год., $\lambda=9*10^{-7}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=3*10^{-6}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=5*10^{-6}$ 1/год.
	3.4	$\lambda=10^{-6}$ 1/год., $\lambda_0=3*10^{-6}$ 1/год., $t_1=400$год.
	3.5	$m_t=8000$ год.
2	**3.1**	$\lambda=10^{-4}$ 1/год.
	3.2	$t_1=6000$год., $\lambda=2{,}5*10^{-5}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=2*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=7*10^{-5}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=4*10^{-5}$ 1/год.
	3.4	$\lambda_0=2*10^{-5}$ 1/год, $\lambda_1=7*10^{-5}$ 1/год., $t_1=7000$год.
	3.5	$m_t=10000$ год.
3	**3.1**	$\lambda=7*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	$t_1=1000$год., $\lambda=5{,}2*10^{-6}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=1{,}5^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=1{,}3*10^{-4}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=0{,}5*10^{-4}$ 1/год.
	3.4	$\lambda_0=1{,}5^{-4}$ 1/год., $\lambda_1=1{,}3*10^{-4}$ 1/год.,$\Delta t_1=40000$год.
	3.5	$m_t=3000$ год.
4	**3.1**	$\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	$t_1=6000$год., $\lambda=4{,}5*10^{-5}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=4{,}5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=4*10^{-5}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=5{,}5*10^{-5}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=4{,}5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_1=4*10^{-5}$ 1/год., $t_1=17000$год.
	3.5	$m_t=15000$ год.

Продовження табл.

5	**3.1**	$\lambda=9*10^{-7}$ 1/год.
	3.2	t_1=18000год., $\lambda=1{,}3*10^{-5}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=12*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=9*10^{-6}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=14*10^{-6}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=12*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_1=9*10^{-6}$ 1/год.,t_1=21000год.
	3.5	m_t=17000 год.
6	**3.1**	$\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	t_1=1000год., ., $\lambda=0{,}95*10^{-4}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=0{,}2*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=0{,}5*10^{-4}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=1{,}1*10^{-4}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=0{,}2*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_1=0{,}5*10^{-4}$ 1/год., t_1=17000год.
	3.5	m_t=2000 год.
7	**3.1**	$\lambda=6*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	t_1=6000год., ., $\lambda=17{,}7*10^{-7}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=6*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=4{,}5*10^{-5}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=7{,}5*10^{-5}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=6*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_1=4{,}5*10^{-5}$ 1/год., t_1=15000год.
	3.5	m_t=25000 год.
8	**3.1**	$\lambda=4*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	t_1=8000год., ., $\lambda=11*10^{-6}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=18*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=13{,}5*10^{-6}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=20*10^{-6}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=18*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_1=13{,}5*10^{-6}$ 1/год., t_1=11500год.
	3.5	m_t=7000 год.
9	**3.1**	$\lambda=9*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	t_1=3000год., ., $\lambda=21{,}5*10^{-7}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=9*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=3*10^{-4}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=8*10^{-4}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=9*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_1=3*10^{-4}$ 1/год., t_1=3000год.
	3.5	m_t=13000 год.
10	**3.1**	$\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	t_1=6000год., $\lambda=6{,}3*10^{-4}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=2{,}3*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_2=0{,}7*10^{-6}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=2{,}5*10^{-6}$ 1/год.
	3.4	$\lambda_0=2{,}3*10^{-6}$ 1/год., $\lambda_1=0{,}7*10^{-6}$ 1/год., t_1=3000год.
	3.5	m_t=6500 год.
11	**3.1**	$\lambda=5*10^{-6}$ 1/год.
	3.2	t_1=7500год., ., $\lambda=3{,}5*10^{-7}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=3*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=5*10^{-5}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=8{,}9*10^{-5}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=3*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_1=5*10^{-5}$ 1/год., t_1=5000год.
	3.5	m_t=19000 год.
12	**3.1**	$\lambda=4*10^{-4}$ 1/год.
	3.2	t_1=7000год., $\lambda=12{,}7*10^{-6}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=12*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=9*10^{-4}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=15{,}5*10^{-4}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=12*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_1=9*10^{-4}$ 1/год., t_1=5000год.
	3.5	m_t=14500 год.
13	**3.1**	$\lambda=3*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	t_1=7000год., $\lambda=8{,}5*10^{-4}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=9*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=6*10^{-5}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=8{,}5*10^{-5}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=9*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_1=6*10^{-5}$ 1/год., t_1=3000год.
	3.5	m_t=18000 год.
14	**3.1**	$\lambda=10^{-5}$ 1/год.
	3.2	t_1=6000год., $\lambda=5*10^{-6}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=0{,}5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_2=0{,}9*10^{-5}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=2{,}1*10^{-5}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=0{,}5*10^{-5}$ 1/год., $\lambda_1=0{,}9*10^{-5}$ 1/год., t_1=7000год.
	3.5	m_t=5000 год.
15	**3.1**	$\lambda=2*10^{-5}$ 1/год.
	3.2	t_1=7500год., $\lambda=7{,}5*10^{-5}$ 1/год.
	3.3	$\lambda_1=5{,}5*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_2=7{,}8*10^{-4}$ 1/год., λ_3-$\lambda_5=4*10^{-4}$ 1/год.
	3.4	$\Lambda_0=5{,}5*10^{-4}$ 1/год., $\lambda_1=7{,}8*10^{-4}$ 1/год., t_1=10000год.
	3.5	m_t=5500 год.

Практичне заняття №7

Розрахувати:

1.Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи в діапазоні 2,25 до 2,5 с, зниження світлового потоку – 190-220 лм/Вт і температури струмоведучої частини в межах норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2,25 до 2,5 с, зниження світлового потоку – 190-220 лм/Вт, температура струмоведучої частини в межах норми.

2.Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи в діапазоні 2, 5÷3 с, зниження світлового потоку – 190-220 лм/Вт і температури струмоведучої частини в межах норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2, 5÷3 с, зниження світлового потоку – 190-220 лм/Вт, температура струмоведучої частини в межах норми.

3.Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи більш ніж 3 с, зниження світлового потоку на 190-220 лм/Вт і температури струмоведучої частини в межах норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні >3 с, зниження світлового потоку на 190-220 лм/Вт, температура струмоведучої частини в межах норми.

4.Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи в діапазоні 2,25÷2,5 с, зниження світлового потоку у діапазоні 230-380 лм/Вт і температури струмоведучої частини в межах норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2,25÷2,5 с, зниження світлового потоку 230-380 лм/Вт, температура струмоведучої частини в межах норми.

5.Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи в діапазоні 2,5÷3 с, зниження світлового потоку у діапазоні 230-380 лм/Вт і температури струмоведучої частини в межах норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2,5÷3 с, зниження світлового потоку 230-380 лм/Вт, температура струмоведучої частини в межах норми.

6.Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи >3 с, зниження світлового потоку у діапазоні 230-380 лм/Вт і температури струмоведучої частини в межах норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи >3 с, зниження світлового потоку 230-380 лм/Вт, температура струмоведучої частини в межах норми.

7.Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи у діапазоні 2,25÷2,5 с, зниження світлового потоку >380 лм/Вт і температури струмоведучої частини в межах норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2,25÷2,5 с, зниження світлового потоку >380 лм/Вт, температура струмоведучої частини в межах норми.

8.Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи у діапазоні 2,5÷3 с, зниження світлового потоку >380 лм/Вт і температури струмоведучої частини в межах норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2,5÷3 с, зниження світлового потоку >380 лм/Вт, температура струмоведучої частини в межах норми.

9.Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи >3 с, зниження світлового потоку >380 лм/Вт і температури струмоведучої частини в межах норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи >3 с, зниження світлового потоку >380 лм/Вт, температура струмоведучої частини в межах норми.

10. Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи в діапазоні 2,25 до 2,5 с, зниження світлового потоку – 190-220 лм/Вт і температури струмоведучої частини вище норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2,25 до 2,5 с, зниження світлового потоку – 190-220 лм/Вт, температура струмоведучої частини вище норми.

11. Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи в діапазоні 2, 5÷3 с, зниження світлового потоку – 190-220 лм/Вт і температури струмоведучої частини вище норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2, 5÷3 с, зниження світлового потоку – 190-220 лм/Вт, температура струмоведучої частини вище норми.

12. Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи більш ніж3 с, зниження світлового потоку на 190-220 лм/Вт і температури струмоведучої частини вище норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні >3 с, зниження світлового потоку на 190-220 лм/Вт, температура струмоведучої частини вище норми.

13. Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи в діапазоні 2,25÷2,5 с, зниження світлового потоку у діапазоні 230-380 лм/Вт і температури струмоведучої частини вище норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2,25÷2,5 с, зниження світлового потоку 230-380 лм/Вт, температура струмоведучої частини вище норми.

14. Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи в діапазоні 2,5÷3 с, зниження світлового потоку у діапазоні 230-380 лм/Вт і температури струмоведучої частини вище норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2,5÷3 с, зниження світлового потоку 230-380 лм/Вт, температура струмоведучої частини вище норми.

15. Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи >3 с, зниження світлового потоку у діапазоні 230-380 лм/Вт і температури струмоведучої частини вище норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи >3 с, зниження світлового потоку 230-380 лм/Вт, температура струмоведучої частини вище норми.

16. Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи у діапазоні 2,25÷2,5 с, зниження світлового потоку >380 лм/Вт і температури струмоведучої частини вище норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 2,25÷2,5 с, зниження світлового потоку >380 лм/Вт, температура струмоведучої частини вище норми.

17. Імовірність справного стану світильника при спостереженні загального часу розпалювання лампи у діапазоні 25÷3 с, зниження світлового потоку >380 лм/Вт і температури струмоведучої частини вище норми.

Уточнити апріорні ймовірності появи справного і несправного станів, а також умовні імовірності ознак, якщо в результаті обстеження 1001 світильника встановлено, що в нього був справний стан і спостерігалися: загальний час розпалювання лампи в діапазоні 0,5÷3 с, зниження світлового потоку >380 лм/Вт, температура струмоведучої частини вище норми.

Додаток Б
ТАБЛИЦЯ ЗНАЧЕНЬ ФУНКЦІЇ ЛАПЛАСА

t	F(t)	t	F(t)	t	F(t)	t	F(t)
0.00	0.00000	1.00	0.68269	2.00	0.95450	3.00	0.99730
0.01	0.00798	1.01	0.68750	2.01	0.95557	3.01	0.99739
0.02	0.01596	1.02	0.69227	2.02	0.95662	3.02	0.99747
0.03	0.02393	1.03	0.69699	2.03	0.95764	3.03	0.99755
0.04	0.03191	1.04	0.70166	2.04	0.95865	3.04	0.99763

0.05	0.03988
0.06	0.04784
0.07	0.05581
0.08	0.06376
0.09	0.07171
0.10	0.07966
0.11	0.08759
0.12	0.09552
0.13	0.10348
0.14	0.11134
0.15	0.11924
0.16	0.12712
0.17	0.13499
0.18	0.14285
0.19	0.15069
0.20	0.15852
0.21	0.16633
0.22	0.17413
0.23	0.18191
0.24	0.18967
0.25	0.19741
0.26	0.20514
0.27	0.21284
0.28	0.22052
0.29	0.22818
0.30	0.23582
0.31	0.24344
0.32	0.25103
0.33	0.25860
0.34	0.26614
0.35	0.27366
0.36	0.28115
0.37	0.28862
0.38	0.29605
0.39	0.30346
0.40	0.31084
0.41	0.31819
0.42	0.32552
0.43	0.33280

1.05	0.70628
1.06	0.71086
1.07	0.71538
1.08	0.71986
1.09	0.72429
1.10	0.72867
1.11	0.73300
1.12	0.73729
1.13	0.74152
1.14	0.74571
1.15	0.74986
1.16	0.75395
1.17	0.75800
1.18	0.76200
1.19	0.76595
1.20	0.76986
1.21	0.77372
1.22	0.77754
1.23	0.78130
1.24	0.78502
1.25	0.78870
1.26	0.79233
1.27	0.79592
1.28	0.79945
1.29	0.80295
1.30	0.80640
1.31	0.80980
1.32	0.81316
1.33	0.81648
1.34	0.81975
1.35	0.82298
1.36	0.82617
1.37	0.82931
1.38	0.83241
1.39	0.83547
1.40	0.83849
1.41	0.84146
1.42	0.84439
1.43	0.84728

2.05	0.95964
2.06	0.96060
2.07	0.96155
2.08	0.96247
2.09	0.96338
2.10	0.96427
2.11	0.96514
2.12	0.96599
2.13	0.96683
2.14	0.96765
2.15	0.96844
2.16	0.96923
2.17	0.96999
2.18	0.97074
2.19	0.97148
2.20	0.97219
2.21	0.97289
2.22	0.97358
2.23	0.97425
2.24	0.97491
2.25	0.97555
2.26	0.97618
2.27	0.97679
2.28	0.97739
2.29	0.97798
2.30	0.97855
2.31	0.97911
2.32	0.97966
2.33	0.98019
2.34	0.98072
2.35	0.98123
2.36	0.98172
2.37	0.98221
2.38	0.98269
2.39	0.98315
2.40	0.98360
2.41	0.98405
2.42	0.98448
2.43	0.98490

3.05	0.99771
3.06	0.99779
3.07	0.99786
3.08	0.99793
3.09	0.99800
3.10	0.99806
3.11	0.99813
3.12	0.99819
3.13	0.99825
3.14	0.99831
3.15	0.99837
3.16	0.99842
3.17	0.99848
3.18	0.99853
3.19	0.99858
3.20	0.99863
3.21	0.99867
3.22	0.99872
3.23	0.99876
3.24	0.99880
3.25	0.99855
3.26	0.99889
3.27	0.99892
3.28	0.99896
3.29	0.99900
3.30	0.99903
3.31	0.99907
3.32	0.99910
3.33	0.99913
3.34	0.99916
3.35	0.99919
3.36	0.99922
3.37	0.99925
3.38	0.99928
3.39	0.99930
3.40	0.99933
3.41	0.99935
3.42	0.99937
3.43	0.99940

0.44	0.34006	1.44	0.85013	2.44	0.98531	3.44	0.99942
0.45	0.34729	1.45	0.85294	2.45	0.98571	3.45	0.99944
0.46	0.35448	1.46	0.85571	2.46	0.98611	3.46	0.99946
0.47	0.36164	1.47	0.85844	2.47	0.98649	3.47	0.99948
0.48	0.36877	1.48	0.86113	2.48	0.98686	3.48	0.99950
0.49	0.37587	1.49	0.86378	2.49	0.98723	3.49	0.99952
0.50	0.38292	1.50	0.86639	2.50	0.98758	3.50	0.99953
0.51	0.38995	1.51	0.86696	2.51	0.98793	3.51	0.99955
0.52	0.39694	1.52	0.87149	2.52	0.98826	3.52	0.99957
0.53	0.40389	1.53	0.87398	2.53	0.98859	3.53	0.99958
0.54	0.41080	1.54	0.87644	2.54	0.98891	3.54	0.99960
0.55	0.41768	1.55	0.87886	2.55	0.98923	3.55	0.99961
0.56	0.42452	1.56	0.88124	2.56	0.98953	3.56	0.99963
0.57	0.43132	1.57	0.88358	2.57	0.98983	3.57	0.99964
0.58	0.43809	1.58	0.88589	2.58	0.99012	3.58	0.99966
0.59	0.44481	1.59	0.88817	2.59	0.99040	3.59	0.99967
0.60	0.45149	1.60	0.89040	2.60	0.99068	3.60	0.99968
0.61	0.45814	1.61	0.89260	2.61	0.99095	3.61	0.99969
0.62	0.46474	1.62	0.89477	2.62	0.99121	3.62	0.99971
0.63	0.47131	1.63	0.89690	2.63	0.99146	3.63	0.99972
0.64	0.47783	1.64	0.89899	2.64	0.99171	3.64	0.99973
0.65	0.48431	1.65	0.90106	2.65	0.99195	3.65	0.99974
0.66	0.49075	1.66	0.90309	2.66	0.99219	3.66	0.99975
0.67	0.49714	1.67	0.90508	2.67	0.99241	3.67	0.99976
0.68	0.50350	1.68	0.90704	2.68	0.99263	3.68	0.99977
0.69	0.50981	1.69	0.90897	2.69	0.99285	3.69	0.99978
0.70	0.51607	1.70	0.91087	2.70	0.99307	3.70	0.99978
0.71	0.52230	1.71	0.91273	2.71	0.99327	3.71	0.99979
0.72	0.52848	1.72	0.91457	2.72	0.99347	3.72	0.99980
0.73	0.53461	1.73	0.91637	2.73	0.99367	3.73	0.99981
0.74	0.54070	1.74	0.91814	2.74	0.99386	3.74	0.99982
0.75	0.54675	1.75	0.91988	2.75	0.99404	3.75	0.99982
0.76	0.55275	1.76	0.92159	2.76	0.99422	3.76	0.99983
0.77	0.55870	1.77	0.92327	2.77	0.99439	3.77	0.99984
0.78	0.56461	1.78	0.92492	2.78	0.99456	3.78	0.99984
0.79	0.57047	1.79	0.92655	2.79	0.99473	3.79	0.99985
0.80	0.57629	1.80	0.92814	2.80	0.99489	3.80	0.99986
0.81	0.58206	1.81	0.92970	2.81	0.99505	3.81	0.99986
0.82	0.58778	1.82	0.93124	2.82	0.99520	3.82	0.99987

0.83	0.59346	1.83	0.93275	2.83	0.99535	3.83	0.99987
0.84	0.59909	1.84	0.93423	2.84	0.99549	3.84	0.99988
0.85	0.60468	1.85	0.93569	2.85	0.99563	3.85	0.99988
0.86	0.61021	1.86	0.93711	2.86	0.99576	3.86	0.99989
0.87	0.61570	1.87	0.93852	2.87	0.99590	3.87	0.99989
0.88	0.62114	1.88	0.93989	2.88	0.99602	3.88	0.99990
0.89	0.62653	1.89	0.94124	2.89	0.99615	3.89	0.99990
0.90	0.63188	1.90	0.94257	2.90	0.99627	3.90	0.99990
0.91	0.63718	1.91	0.94387	2.91	0.99639	3.91	0.99991
0.92	0.64243	1.92	0.94514	2.92	0.99650	3.92	0.99991
0.93	0.64763	1.93	0.94639	2.93	0.99661	3.93	0.99992
0.94	0.65278	1.94	0.94762	2.94	0.99672	3.94	0.99992
0.95	0.65789	1.95	0.94882	2.95	0.99682	3.95	0.99992
0.96	0.66294	1.96	0.95000	2.96	0.99692	3.96	0.99992
0.97	0.66795	1.97	0.95116	2.97	0.99702	3.97	0.99993
0.98	0.67291	1.98	0.95230	2.98	0.99712	3.98	0.99993
0.99	0.67783	1.99	0.95341	2.99	0.99721	3.99	0.99993

Додаток В
ЗНАЧЕННЯ ГАММА-ФУНКЦІЇ Г(Х)

	0	1	2	3	4	5	6
.1	9.5135	0.9514	1.0465	2.1976	6.8126	27.9318	142.4519
.2	4.5908	0.9182	1.1018	2.4240	7.7567	32.5781	169.4061
.3	2.9916	0.8975	1.1667	2.6834	8.8553	38.0780	201.8133
.4	2.2182	0.8873	1.2422	2.9812	10.1361	44.5988	240.8338
.5	1.7725	0.8862	1.3293	3.3234	11.6317	52.3428	287.8853
.6	1.4892	0.8935	1.4296	3.7170	13.3813	61.5539	344.7019
.7	1.2981	0.9086	1.5447	4.1707	15.4314	72.5276	413.4075
.8	1.1642	0.9314	1.6765	4.6942	17.8379	85.6217	496.6061
.9	1.0686	0.9618	1.8274	5.2993	20.6674	101.2702	597.4941
+1	**1**	**1**	**2**	**6**	**24**	**120**	**720**

Правила використання таблиці: для дробових значень

1) ціла частина вибирається з верхнього рядка;

2) дробова частина вибирається з першого стовпця.

На перетинанні відповідні рядки й стовпця перебуває значення гамма-функції Г(х). Наприклад, при $x = 1.52$ значення округляємо до 1.5. У першому рядку вибираємо значення 1, у першому стовпці вибираємо значення .5. Значення гамма-функції Г(1.5) = 0.8862.

Правила використання таблиці: для цілих значень

Від значення *x* віднімається одиниця й отримане значення вибирається у верхньому рядку, що відповідає значення гамма-функції Г(х) перебуває в цьому стовпці, в останньому рядку. Наприклад, для того щоб знайти Г(6), треба від 6 відняти одиницю й на перетинанні стовпця «5» і останнього рядка Г(6) = 120.

Навчальне видання

Методичні вказівки
до самостійного вивчення курсу

«Надійність і діагностика електрообладнання освітлювальних систем»

і виконання практичних і поточних контрольних завдань

(для студентів 5 курсу денної та заочної форм навчання
спеціальності «Світлотехніка і джерела світла»)

Укладач **ЧЕРНЕЦЬ** Віра Сергіївна

Відповідальний за випуск *Л. А. Назаренко*

Редактор *М. З. Аляб'єв*

Комп'ютерне верстання *К. А. Алексанян*

План 2010, поз. 258М

Підп. до друку 07.04.2010 р.	Формат 60×84/16
Друк на ризографі.	Ум. друк. арк. 4,1
Зам. № ______	Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 4064 від 12.05.2011 р.